

一般化スケーリング理論による真性特異点を持つ無限次元系の相転移の記述(根本幸児)

2次相転移で見られる種々の物理量の特異性はスケーリング仮説によって説明されるが、ここでは臨界点の持つ自己相似性と臨界点に近づくとき発散する相関長の存在が本質的な役割を果たす。しかしBKT転移などベキ関数で表されない特異性を持つ場合はこの理論で説明することはできない。我々は非ベキ関数の特異性も含む一般化したスケーリング理論の枠組みを提案した。また近年、ある種の無限次元グラフ(最大2点間距離が $L \sim \log N$ のように振る舞う)上での臨界現象でBKT転移と似た真性特異性をもつ相転移が多く発見されており、無限次元系を扱うための拡張も行った。方法は単純で、自由エネルギーのスケール不変性に、相関長ではなく「相関体積」を導入し、その関数を適当に仮定することによって、これまでの2次転移や真性特異点をもつスケーリングが導かれる。実際このようなスケーリングが可能なのは、階層構造を持つsmall world network上のポッツモデルが示すinverted BKT転移における実空間くりこみ解析によって示した。

ネットワーク上における拡張SIRモデルの不連続転移(根本幸児)

典型的な感染モデルとして多くの研究があるSIRモデルでは、平均場近似(反応方程式)の解析から臨界感染率以上で大流行へ連続転移を引き起こすことがよく知られている。また、SIRモデルのネットワーク上での適用のひとつとして、感染確率を導入したボンドパーコレーション問題にマップする方法があり、そのツリー近似解析からも臨界確率で連続転移を引き起こすことが示されている。最近、複数のS状態を持つ拡張SIRモデル(fadモデル)では、平均場近似の範囲内で大流行の転移が不連続であることが示され[2]、近年不連続転移をめぐる研究されている様々な伝播モデル・パーコレーションモデルとともに注目を集めている。我々はこのモデルに対応したネットワーク上のボンドパーコレーションモデルを提案し、そのツリー近似による解析を行った。その結果、感染確率パラメータによっては大流行への不連続転移を示すことがわかり、パラメータ空間での相図を得ることができた。

有限時間熱機関の研究(奥田浩司)

非平衡現象の理論的研究として、有限時間熱機関の研究をおこなった。昨今、地球温暖化は世界的な問題となっている。より効率の良い熱機関を開発することは、この問題の解決に貢献するだろう。また、最近の原子力発電の安全性に対する疑問から、代替エネルギーへの要求が増しているが、その候補の1つである地熱発電は原理的には熱機関と考えることができるであろう。物理学では、熱機関の効率は熱力学の基本的課題として古くから扱われてきた。特に重要な結果は、熱機関の効率の上限を与えるCarnot効率 $\eta_{CA} = 1 - T_c/T_h$ (T_c : 低温熱源の温度, T_h : 高温熱源の温度)の発見である。通常Carnot効率が実現されるのは、準静的極限の場合だけである。しかし、準静的熱機関は無限の時間をかけて有限の仕事を取り出すという点で、仕事率が0であり、現実的な熱機関としては役に立たない。現実の熱機関は、有限時間で動作することで効率を犠牲にする代わりに有限の仕事率を得ている。そこで、準静的でない有限時間で動作する熱機関の性質を調べることは熱力学の重要な課題であると思われる。有限時間熱機関の過去の研究において、Curzon and Ahlborn(1975)がCarnotサイクルを有限時間に拡張し、Carnotサイクルの仕事率が最大となるときにはその効率が $\eta_{CA} = 1 - \sqrt{T_c/T_h}$ (T_c, T_h は熱浴の温度)となることを比較的一般的な条件のもとで導いたことは特に重要な成果である。具体的には、お茶の水

女子大学の泉田氏と共に、局所平衡仮定の下で動作する有限時間熱機関を理論的に解析した。有限時間熱機関の解析では、しばしばendoreversibility（内部可逆性）が仮定されており、Curzon and Ahlbornが上の効率を導いた時にもこの仮定は暗に用いられている。我々の研究では、局所平衡の仮定からendoreversibility は自然な形で満たされ、過去のendoreversibility を用いた最大仕事率時の効率の結果を統一的に説明することに成功した。また、泉田氏、スペイン・サマランカ大学のHernandez 氏、Roco 氏と共に、最少非線形不可逆熱機関および冷却機関の基本的性質についての理論的解析をおこなった。最少非線形不可逆熱機関は、以前に泉田氏と共に考案した非平衡熱機関の理論的モデルで、最近の研究で別のいろいろな熱機関のモデルとの関連性が指摘されている。この研究では、他の熱機関で得られた結果と最少非線形不可逆熱機関の結果との関係を明確にすることができた。

非局所結合振動子系のキメラ状態の研究(奥田浩司)

この研究は、M1 学生の須田君と共におこない、結合振動子系に現れる複雑な時空パターンに着目した。具体的には、1次元上に並んだ同一振動数の振動子が一定範囲内の他の振動子と相互作用している非局所結合振動子系に現れるキメラ状態を扱った。キメラ状態は、元は全て同一の振動子である系に、振動子が同期しているcoherent 領域と同期していないincoherent 領域が共存している状態で、特にincoherent 領域では、振動子の平均振動数が連続的に変化し、位相が至る所不連続になる奇妙な状態である。キメラ状態は発見から十数年経っているにもかかわらず、力学系としての明確な特徴付けができておらず、最近でも活発に研究が行われている。我々の研究では、2011年にWolfrum らによって示された位相振動子系の数値シミュレーションで見られているキメラ状態はtransient であって安定な状態ではないという結果に着目した。ここでのtransient の意味は、数値シミュレーションで扱う1次元を離散化した有限個の振動子の系ではキメラ状態の寿命は有限ということであり、連続極限の無限振動子系では寿命は無限となる。我々は、振動子の結合関数を通常用いられているsin 型から変えることで、有限個の振動子の系でも寿命が無限の安定なキメラ状態を数値シミュレーションで発見した。ただ、この発見を理論的な解析で示すことはおそらく困難なので、数値シミュレーションで確実な証拠を得るためにさらなる研究が必要である。

自己無撞着摂動展開による希薄ボーズ気体の一粒子励起の研究 [K. Tsutsui and T. Kita, J. Phys. Soc. Jpn. 83, 033001 (2014)]

弱く相互作用する一様なBEC相の一粒子励起の性質を調べた。用いた手法は、「ネータの定理」と「ゴールドストーンの定理」を同時に満たす自己無撞着摂動展開法である。広く受け入れられている「ボゴリユボフ理論」によると、この系の一粒子励起は、長波長で音波の分散関係を持って零に近づき、その寿命は無限大である、とされている。しかし、我々の自己無撞着摂動展開理論によると、BEC相の自己エネルギーには、従来理論で見落とされてきた「一粒子可約」な構造が存在する。この新たな構造は、一粒子励起に定性的な変化をもたらし、その寿命は、長波長でも有限で、s波散乱長 a に比例することが明らかになった。また、摂動展開を用いてその寿命を数値的に評価した。

ボーズ・アインシュタイン凝縮相の有効作用 [T. Kita, J. Phys. Soc. Jpn. 83, 064005 (2014)]

相互作用するボーズ-アインシュタイン凝縮(Bose-Einstein condensation, 略してBEC)相に対して、「ネータの定理」と「ゴールドストーンの定理」を同時に満たす自己無同着摂動展開理論を、より系統的に再構成した。従来の考察では、摂動の3次までを具体的に計算し、二つの定理を満たす展開が可能であることを示していた。この論文では、その考察を一步進め、提唱してきた方法で、摂動の4次まで具体的に構成できることを示した。また、相対論的場の量子論で用いられる「有効作用の方法」との関連も明らかにした。これらにより、「自己エネルギーには、従来の理論で見落とされてきた「一粒子可約」な構造が存在する」ことがより確からしくなったと考えている。今後は、これらの主張が正しいか否かを、他の手段で確認する必要があると考えている。

「Statistical Mechanics of Superconductivity」の執筆 (T. Kita, Springer Japan, 2015, DOI 10.1007/978-4-431-55405-9)

超伝導理論に関する大学院生向けの上記教科書を執筆した。2013年にサイエンス社から出した「統計力学から理解する超伝導理論」を増補して英訳したものである。2015年5月にシュプリンガーから出版予定である。

「超伝導磁束状態の物理」(裳華房, 2015年)の分担執筆

上記の本の第1章を分担執筆した。2015年に裳華房から出版予定である。