

## 一般化スケーリング理論による真性特異点を持つ無限次元系の相転移の記述(根本幸児)

2次相転移で見られる種々の物理量の特異性はスケーリング仮説によって説明されるが、ここでは臨界点の持つ自己相似性と臨界点に近づくとき発散する相関長の存在が本質的な役割を果たす。しかしBKT転移などベキ関数で表されない特異性を持つ場合はこの理論で説明することはできない。我々は非ベキ関数の特異性も含む一般化したスケーリング理論の枠組みを提案した。また近年、ある種の無限次元グラフ(最大2点間距離が $L \sim \log N$ のように振る舞う)上での臨界現象でBKT転移と似た真性特異性をもつ相転移が多く発見されており、無限次元系を扱うための拡張も行った。方法は単純で、自由エネルギーのスケール不変性に、相関長ではなく「相関体積」を導入し、その関数を適当に仮定することによって、これまでの2次転移や真性特異点をもつスケーリングが導かれる。実際このようなスケーリングが可能なのは、階層構造を持つsmall world network上のポッツモデルが示すinverted BKT転移における実空間くりこみ解析によって示した。

## ネットワーク上における拡張SIRモデルの不連続転移(根本幸児)

典型的な感染モデルとして多くの研究があるSIRモデルでは、平均場近似(反応方程式)の解析から臨界感染率以上で大流行へ連続転移を引き起こすことがよく知られている。また、SIRモデルのネットワーク上での適用のひとつとして、感染確率を導入したボンドパーコレーション問題にマップする方法があり、そのツリー近似解析からも臨界確率で連続転移を引き起こすことが示されている。最近、複数のS状態を持つ拡張SIRモデル(fadモデル)では、平均場近似の範囲内で大流行の転移が不連続であることが示され[2]、近年不連続転移をめぐる研究されている様々な伝播モデル・パーコレーションモデルとともに注目を集めている。我々はこのモデルに対応したネットワーク上のボンドパーコレーションモデルを提案し、そのツリー近似による解析を行った。その結果、感染確率パラメータによっては大流行への不連続転移を示すことがわかり、パラメータ空間での相図を得ることができた。

## 有限時間熱機関の研究(奥田浩司)

非平衡現象の理論的研究として、有限時間熱機関の研究をおこなった。昨今、地球温暖化は世界的な問題となっている。より効率の良い熱機関を開発することは、この問題の解決に貢献するだろう。また、最近の原子力発電の安全性に対する疑問から、代替エネルギーへの要求が増しているが、その候補の1つである地熱発電は原理的には熱機関と考えることができるであろう。物理学では、熱機関の効率は熱力学の基本的課題として古くから扱われてきた。特に重要な結果は、熱機関の効率の上限を与えるCarnot 効率  $\eta_C = 1 - T_c/T_h$  ( $T_c$ : 低温熱源の温度,  $T_h$ : 高温熱源の温度) の発見である。通常Carnot 効率が実現されるのは、準静的極限の場合だけである。しかし、準静的熱機関は無限の時間をかけて有限の仕事を取り出すという点で、パワーが0であり、現実的な熱機関としては役に立たない。現実の熱機関は、有限時間で動作することで効率を犠牲にする代わりに有限のパワーを得ている。そこで、準静的でない有限時間で動作する熱機関の性質を調べることは熱力学の重要な課題であると思われる。有限時間熱機関の過去の研究において、Curzon and Ahlborn(1975)がCarnot サイクルを有限時間に拡張し、Carnot サイクルのパワーが最大となるときにはその効率が  $\eta_{CA} = 1 - \sqrt{T_c/T_h}$  ( $T_c, T_h$  は熱浴の温度) となることを比較的一般的な条件のもとで導いたことは特に重要な成果である。また、現実の熱機関で

は、熱源は無限に大きい熱浴ではなく、燃料などのように有限のエネルギー量しかないことが普通であり、この研究では、有限サイズの熱源を用いた有限時間で動作する熱機関に着目することにした。この研究は、お茶の水女子大学の泉田氏と共におこない、有限サイズの高熱源と無限サイズの低温熱源の間で動作する熱漏れのない線形不可逆熱機関を理論的に解析した。その結果、この熱機関が最大パワーで動作しているときに取り出せる仕事と効率がエクセルギー（有限サイズ熱源から取り出せる最大仕事で、準静的熱機関を使って実現できる。）を使って簡潔に表現できることを見出した。線形不可逆熱機関は、有限時間熱機関の最も簡単な普遍的モデルであり、我々の導いた結果にも普遍性が期待できる。 \_

---

## Dufour 効果を利用したヒートポンプの研究

(奥田浩司)

---

Dufour 効果は、非平衡熱力学において複数の熱力学的力と流れが関与する場合に現れる交差現象の1つで、2種類の成分で構成される流体中の濃度差が熱流を誘起する現象である。この研究はD3 学生の星名君と共におこない、Dufour 効果を用いたヒートポンプのモデルを考案し、そのモデルを数値的・理論的に解析した。同様の交差現象を用いたヒートポンプとしては、電位差が熱流を誘起する現象であるPeltier 効果を用いたものが有名であり、この研究もそれに動機づけられたものであるが、Peltier 効果の場合と違ってDufour 効果では濃度差を定常的に維持することが困難であるため、Dufour効果を用いた類似のヒートポンプはこれまで考案されていなかったようである。そこで、その困難を克服することのできるモデルを考案し、まず、このヒートポンプモデルの作業物質である2成分流体を相互作用する多粒子系として記述し、その分子動力学シミュレーションを行って、ここで考案されたモデルが確かにヒートポンプとして機能することを確認した。次に、理論的解析として、線形不可逆熱力学を用いて、このヒートポンプモデルを記述する現象論的方程式からcooling power やCOP の表式を導出し、さらに、それらの表式に含まれるDufour 効果の輸送係数をBoltzmann 方程式のChapman-Enskog 理論を用いてミクロスコピックな立場から計算し、cooling power やCOP の理論的結果を分子動力学シミュレーションから得られた結果と比較した。理論とシミュレーションの結果は十分に一致しており、このことはこの理論の正当性を示すものであると言える。

---

## 駆動壁をもつ容器中の粒子の速度分布の研究

(奥田浩司)

---

非平衡現象の理論的研究として、駆動壁をもつ容器中の粒子の速度分布の研究をおこなった。温度一定の平衡系においては、粒子の速度分布がMaxwell分布になることはよく知られている。断熱駆動壁をもつ容器中では、粒子は駆動壁からエネルギーを得るので、粒子の平均速度はどんどん増加していくが、Jarzynski(1993) は、駆動壁をもつ容器中の1粒子の速度分布（相互作用のない多粒子系の速度分布）を時間の関数として解析的に導出し、普遍的に指数分布が現れることを示した。この研究は、M2 学生の民君と共におこない、1粒子系で見られた指数的速度分布が、相互作用のある多粒子系ではどのように反映されるのかを調べるために、駆動壁をもつ容器中の剛体粒子系のシミュレーションをおこなったが、多粒子系では速度分布はすぐにMaxwell 分布に緩和してしまい、指数分布の痕跡を明確に確認することはできなかった。

---

## 自己無撞着摂動展開による希薄ボーズ気体の基

底状態の研究 [K. Tsutsui and T. Kita, J.

Phys. Soc. Jpn. 82, 063001 (2013)]

---

弱く相互作用する一様なボーズ-アインシュタイン凝縮(Bose-Einstein condensation, 略してBEC)相の基底状態エネルギーと絶対零度の凝縮粒子密度を求めた。用いた手法は、保存則に関する「ネータの定理」と自発的対称性の破れに関する「ゴールドストーンの定理」を同時に満たす自己無撞着摂動展開法である。この理論によると、BEC相の自己エネルギーには、従来の理論で見落とされてきた構造、すなわち、「一粒子可約」な構造が存在する。この新たな構造により、ボゴリュボフ理論に基づくリー-ファン-ヤンの結果(1957年)は修正を受けることが明らかになった。より具体的に、質量 $m$ とスピン0を持つ $N$ 個の同種粒子からなる希薄ボーズ気体を考える。その基底状態エネルギー $E$ と絶対零度の凝縮粒子密度 $n_0$ は、 $s$ 波散乱長 $a$ と粒子密度 $n$ を用いて、それぞれと表される。ここで $c_{ip}$ が新たに付け加わった数因子である。摂動展開を用いてこの因子を評価した所、1のオーダーであることがわかった。この数因子の存在は、拡散量子モンテカルロ法によるジョルジ-二らの数値計算結果(1999年)からも示唆されている。

---

## 自己無撞着摂動展開による希薄ボーズ気体の一粒子励起の研究 [K. Tsutsui and T. Kita, J. Phys. Soc. Jpn. 83, 033001 (2014)]

---

弱く相互作用する一様なBEC相の一粒子励起の性質を調べた。用いた手法は、「ネータの定理」と「ゴールドストーンの定理」を同時に満たす自己無撞着摂動展開法である。広く受け入れられている「ボゴリュボフ理論」によると、この系の一粒子励起は、長波長で音波の分散関係を持って零に近づき、その寿命は無限大である、とされている。しかし、我々の自己無撞着摂動展開理論によると、BEC相の自己エネルギーには、従来の理論で見落とされてきた「一粒子可約」な構造が存在する。この新たな構造は、一粒子励起に定性的な変化をもたらし、その寿命は、長波長でも有限で、 $s$ 波散乱長 $a$ に比例することが明らかになった。また、摂動展開を用いてその寿命を数値的に評価した。

---

## 希薄気体の音波の研究

---

弱く相互作用するフェルミ気体、ボーズ気体、マクスウェル-ボルツマン気体中を伝搬する音波の性質を、ボルツマン方程式を数値的に解いて調べた。ランダウのフェルミ液体論によると、極低温のフェルミ気体中には、「ゼロ音波」と呼ばれる力学的な音波が存在し、通常の「第一音波」とは、減衰率のピークに依って区別される。従来の研究では、このゼロ音波は、低温のフェルミ液体中でのみ存在が確認されていた。しかし、ボルツマン方程式を用いた我々の研究によると、ゼロ音波は、気体の統計性に関わらず、気体の粘性が小さい気体で一般的に存在することが明らかになった。