物理学II レポート③ 解答編

問3−1 「中性原子」 プラスの電荷を持つ陽子の数とマイナスの電荷を持つ電子の数が等しい原子。

「陰イオン」 1つ以上の余分な電子を持ち，マイナスに帯電している原子。

番外編 アンケートで出た質問

Q：「正の電荷」というものが存在するのでしょうか。(電子の不足を正として扱っているのではなく，実在するのか)※①

A：存在します。例えば電子の反粒子である「陽電子(position)」は，絶対量が電子と等しいプラスの電荷を持ち，質量やスピンは電子と等しい素粒子です。1932年に宇宙線の中から見つかりました。※② 身近なところでは原子核の β^+ 崩壊で生成されたり，1.022 MeV以上のエネルギーの電磁場で，電子と陽電子が対生成されます。

※注① 陽電子を電子の「存在の空」として扱う「空孔理論(ディラックの海)」という概念もあります。
→ 興味のある方は「場の量子論」を読もう。

注② 反物質(反粒子)が自然界に殆ど存在しない理由はまだ良くわかっていません。
→ 興味のある方は「CP対称性の破れ」を検索。

問3−2 (a) Coulomb力は

$$F_e = k_e\frac{|e||-e|}{r^2} = \frac{(8.99\times10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2})(1.60\times10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{(5.3\times10^{-11}\,\mathrm{m})^2} = 8.2\times10^{-8}\,\mathrm{N}$$

万有引力は

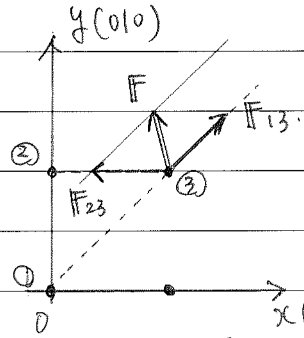
$$F_g = G\frac{m_e\cdot m_p}{r^2} = (6.67\times10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2})\frac{(9.11\times10^{-31}\,\mathrm{kg})(1.67\times10^{-27}\,\mathrm{kg})}{(5.3\times10^{-11}\,\mathrm{m})^2} = 3.6\times10^{-47}\,\mathrm{N}$$

$\therefore F_e/F_g \simeq 2\times10^{39}$ 電気力に比べて万有引力は無視できる。※③

※注③ 大きさの違いの理由はまだわからない。→(仮説) 重力の一部は余剰次元に漏れ出している？

(b) 重力は質量に比例するが「正の質量」しか考えていない。その相互作用は引力。一方，電気的力は電荷量に比例するが，正・負の電荷を考え，その力の方向は符号によって引力と斥力が存在することが根本的に異なる。

問3−3



(a)

$$F_{23} = k_e\frac{|q_2||q_3|}{a^2} = \frac{(8.99\times10^9\,\mathrm{Nm^2/C^2})\times(2.0\times10^{-6})(5.0\times10^{-6})}{(0.1\,\mathrm{m})^2} = 9.0\,\mathrm{N}\ (-x方向)$$

$$F_{13} = k_e\frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{(8.99\times10^9)(5.0\times10^{-6})(5.0\times10^{-6})}{2\times(0.1)^2} = 11\,\mathrm{N}\ (110方向)$$

F_{13}のx, y成分は $F_{13x} = F_{13}\cos45^\circ = 7.9\,\mathrm{N}$

$F_{13y} = F_{13}\sin45^\circ = 7.9\,\mathrm{N}$

→つづく

(Continued) 問3-3 (a)

q_3にはたらく合力のx・y成分は $F_{3x} = F_{13x} + F_{23x} = 7.9\,\mathrm{N} + (-9.0\,\mathrm{N}) = -1.1\,\mathrm{N}$

$F_{3y} = F_{13y} + F_{23y} = 7.9\,\mathrm{N} + 0 = 7.9\,\mathrm{N}$

よって $\mathbf{F}_3 = (-1.1\,\mathbf{i} + 7.9\,\mathbf{j})\ \mathrm{N}$

(b) q_3は依然としてq_1から斥力を受け、q_2から引力を受ける。よって答えは変わらない。

問3-4 (a) q_1による点Pの電場 $E_1 = k_e \dfrac{|q_1|}{r_1^2} = k_e \dfrac{|q_1|}{(a^2+y^2)}$

q_2 〃 $E_2 =$ 〃 $= k_e \dfrac{|q_2|}{(b^2+y^2)}$

単位ベクトルを用いて電場をベクトルで表すと

$$\mathbf{E}_1 = k_e \frac{|q_1|}{(a^2+y^2)} \cos\phi\,\mathbf{i} + k_e \frac{|q_1|}{(a^2+y^2)} \sin\phi\,\mathbf{j}$$

$$\mathbf{E}_2 = k_e \frac{|q_2|}{(b^2+y^2)} \cos\theta\,\mathbf{i} - k_e \frac{|q_2|}{(b^2+y^2)} \sin\theta\,\mathbf{j}$$

$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$ より

それぞれのx・y成分は
$$\begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} = k_e \dfrac{|q_1|}{(a^2+y^2)} \cos\phi + k_e \dfrac{|q_2|}{(b^2+y^2)} \cos\theta \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} = k_e \dfrac{|q_1|}{(a^2+y^2)} \sin\phi - k_e \dfrac{|q_2|}{(b^2+y^2)} \sin\theta \end{cases}$$

(b) 上記の解で $a = b$, $q_1 = |q_2| = q$, $\theta = \phi$ とすると、

$$\begin{cases} E_x = k_e \dfrac{q}{(a^2+y^2)} \cos\theta + k_e \dfrac{q}{(a^2+y^2)} \cos\theta = 2k_e \dfrac{q}{(a^2+y^2)} \cos\theta & \cdots(1) \\ E_y = 0 \quad (\text{対称性から}\ y\ \text{方向の電場は打ち消し合う}) \end{cases}$$

レポート 図3より $\cos\theta = \dfrac{a}{(a^2+y^2)^{1/2}}$ $\cdots(2)$

(1)に(2)を代入
$$\begin{cases} E_x = 2k_e \dfrac{q}{(a^2+y^2)} \dfrac{a}{(a^2+y^2)^{1/2}} = k_e \dfrac{2qa}{(a^2+y^2)^{3/2}} & \cdots(3) \\ E_y = 0 \end{cases}$$

(向き $+x$方向)

(c) 式(3)において $y \gg a$ のとき、y^2に比べてa^2は小さく無視できる。よって $E \approx k_e \dfrac{2qa}{y^3}$

(d) 任意のx軸上の点Q(x)における電場は (対称性よりy方向はゼロ)

$$E_x = k_e \left\{ \frac{-q}{(x-a)^2} + \frac{q}{(x-(-a))^2} \right\} = \frac{-k_e q(4ax)}{(x-a)^2(x+a)^2} = -\frac{k_e q(4ax)}{(x^2-a^2)^2}$$

$x \gg a$ のとき、x^2に比べてa^2は小さく無視できる。

よって $E \approx \dfrac{4ak_eq}{x^3}$

(向き $-x$方向)

問3-5 略 (板書にて解答)