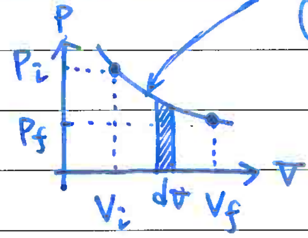
物理学II 第3回 Lecture Note

等温変化 Isothermal Process.

($T = \text{const.}$)



$$W(= -Q) = -\int_{V_i}^{V_f} p\,dV = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV$$

$$\Delta U = 0$$
$$dW = dQ$$

$$= -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

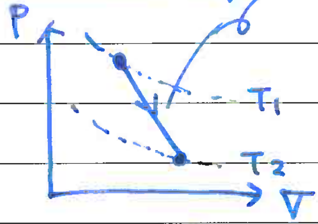
$$= -nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

☺ $\int \frac{dx}{x} = \ln x$

$W<0,\ Q>0$: 膨張

$W>0,\ Q<0$: 圧縮

断熱変化 Adiabatic process



どのような状態変化でも成り立つ.

$$dU = nC_V dT$$

☺ 比熱が温度変化しないと仮定

$$C = \frac{dQ}{dT} \qquad C_V = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_V$$

$$C_P = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_P$$

断熱変化のとき $Q = 0$

よって $dU = dW = -p\,dV$

TとVの関係は?

$pV = nRT$ より

$$p\,dV + V\,dp = nR\,dT$$

☺ 2次項 $dp\,dV$ を無視.

上式より

$$C_V(p\,dV + V\,dp) = R(-p\,dV)$$

$$\gamma\frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0$$

☺ $\begin{cases} C_P - C_V = R \\ \gamma = C_P/C_V \end{cases}$

両辺積分すると

$$\gamma\int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} + \int_{p_i}^{p_f} \frac{dp}{p} = 0.$$

$$\gamma \ln\frac{V_f}{V_i} + \ln\frac{p_f}{p_i} = 0$$

$$\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{\gamma}\left(\frac{p_f}{p_i}\right) = 0$$

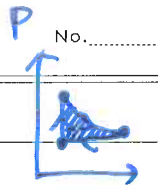
全てのf.iで成り立つ

$$p_f V_f^{\gamma} = p_i V_i^{\gamma} \longrightarrow pV^{\gamma} = \text{const.}$$

$pV = nRT$ より

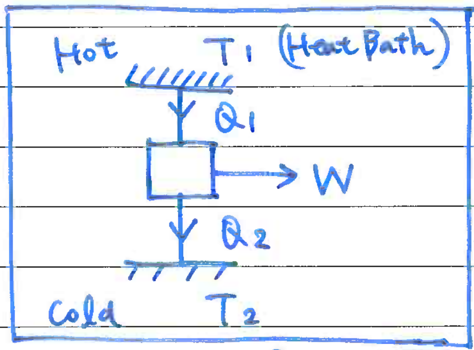
$$T_f V_f^{\gamma-1} = T_i V_i^{\gamma-1} \longrightarrow TV^{\gamma-1} = \text{const.}$$

$\boxed{\text{Poisson の関係式}}$



$W_{cycle} = \oint p\,dV$

熱機関 の概念図

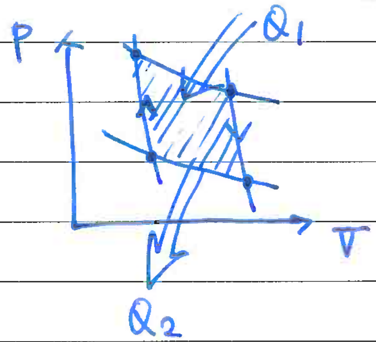


$T_1 > T_2$.

$W = Q_1 - Q_2$ ← 1サイクルで吸収した熱 Q_1 は仕事 W と放出される熱 Q_2 に変わる

↑

1 cycle で $\Delta U = 0$
熱力学第一法則（エネルギー保存則）



熱効率

$$\eta = \frac{W}{Q_{IN}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \left(= 1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right)$$

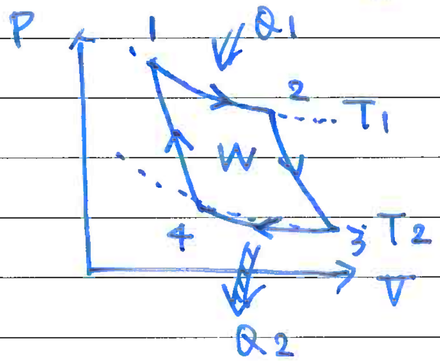
(1-4)

$$= \frac{Q_{in} - Q_{OUT}}{Q_{IN}} = 1 - \frac{Q_{OUT}}{Q_{IN}}$$

※ {ブレイトンサイクル (17-5), オットーサイクル (17-6)} は割愛

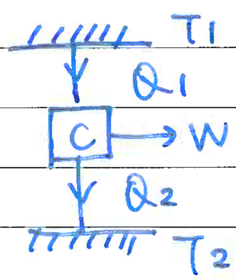
カルノーサイクル

Carnot cycle.



	process	what's happen	e.g.
1→2	Isotherm	吸熱	$Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$
2→3	Adiabatic	膨張	※
3→4	Isotherm	放熱	$Q_2 = -nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$
4→1	Adiabatic	圧縮	※

⇒ Isotherm と Adiabatic を組み合わせた可逆な熱サイクル



逆回しも可！

可逆

※ **Adiabatic process**

2→3 $T_1 V_3^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}$$

4→1 $T_1 V_4^{\gamma-1} = T_2 V_1^{\gamma-1}$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

Carnot Cycle (continued)

前頁 Isotherm process より

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2 \ln(V_3/V_4)}{T_1 \ln(V_2/V_1)} \quad \cdots ①$$

Adiabatic process に於ける poisson の関係式より

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \qquad \therefore \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \quad \cdots ②$$

①, ② より

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}\,\frac{\cancel{\ln(V_3/V_4)}}{\cancel{\ln(V_3/V_4)}} = \frac{T_2}{T_1}$$

cancel out

$$\therefore \boxed{\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}}$$

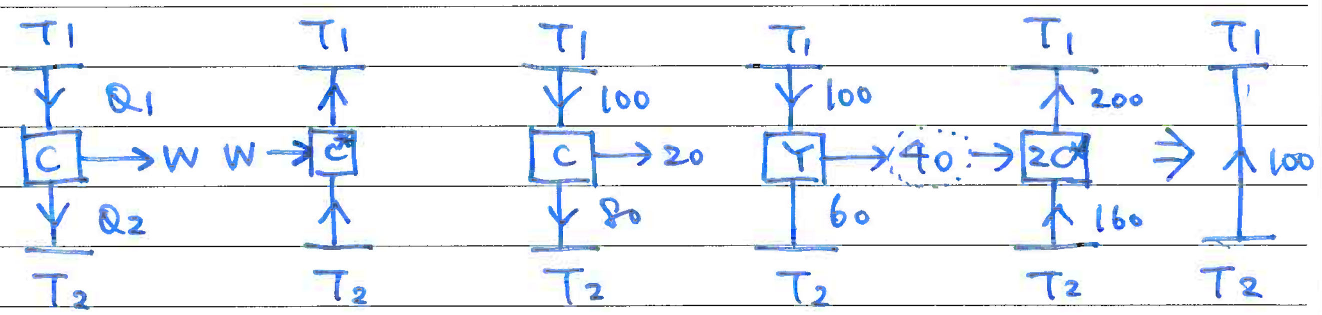
カルノーサイクルの熱効率

$$\eta_c = 1 - \frac{Q_{OUT}}{Q_{IN}} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

※ 2つのHeat Bathの温度のみで決まる!

e.g., ① $\eta_c = 1$ となるのは $T_2 \to 0$ or $T_1 \to \infty$ (実現不可能)

e.g., ② Carnot 曰く "No engine can beat my engine" どういう意味?



Carnot Engine / Carnot Refrigerator (逆に回すと冷凍機に) / ex 1 / Your engine. / ex 1の逆 2倍の容量 / 禁止!

禁止されている理由

熱力学第二法則

不可逆過程の経験則

① クラウジウスの表現 高温 → 低温

② ケルビンの表現 仕事 → 熱

エントロピー増大の法則1の前に…

Newton力学とのダイアド

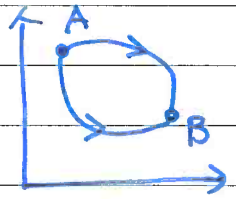
Newton力学　保存力のする力が経路によらない → ポテンシャルを定義。

熱力学　エントロピーの変化は = → エントロピー。

ポテンシャル → 高さに対応する量。

Entropy

$$S \triangleq \frac{\Delta Q_r}{T}$$ ← reversible change → リマインダー。



$$\int_A^B \frac{dQ_r}{T} = S(B) - S(A)$$

経路によらない。

エントロピーの変化が大事。

※最初と最後の状態だけで決まる

ミクロには「乱雑さ」を表す量
↓
系の「状態数」と「自由度」密接に関係

可逆変化では1サイクル回すと

$$\oint \frac{dQ_r}{T} = S(B) - S(A) + S(A) - S(B) = 0$$

↓

不可逆変化のエントロピーを測るときも、始状態と終状態を可逆過程で結んだ経路の熱量 Q_r を用いる

熱力学第二法則

$$\Delta S_{\text{universe}} \geq 0$$

閉じた系において、エントロピーは変化しないか、増大する。

e.g., ③ Carnot Cycle $(T_1 > T_2)$

allowed　　Not allowed.

$$\Delta S = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2} > 0 \qquad \Delta S = -\frac{Q}{T_2} + \frac{Q}{T_1} < 0$$

ダメ!

e.g., ④ 水を混ぜる

M T_1 Hot water
M T_2 Cold water
→ 2M　symmetric $T^* = \frac{T_1 + T_2}{2}$ warm water

エントロピー $\Delta S = M \times 1 \times \left(\int_{T_1}^{T^*} \frac{dT}{T} + \int_{T_2}^{T^*} \frac{dT}{T} \right) = M \ln \frac{T^{*2}}{T_1 T_2} > 0$