

■ **ケルヴィンの原理**: 一様温度をもつ一つの熱源から熱を取り出し
(トムソンの原理) これを仕事に変換するだけで、他には何の結果
も残さないような過程は実現不可能である。

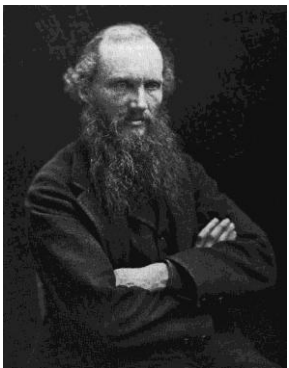
→ **第二種の永久機関は存在しない**

■ **クラウジウスの原理**: ある温度の物体からそれより高い温度の物体
へ熱を移すだけで、他には何の結果も残さな
いような過程は実現不可能である。

→ **熱現象には方向性がある**

■ **ケルヴィンの原理とクラウジウスの原理の
等価性**

→ **後で証明**



Lord Kelvin
(1822-1907)



R. J. E. Clausius
(1822-1888)

8. カルノーサイクル

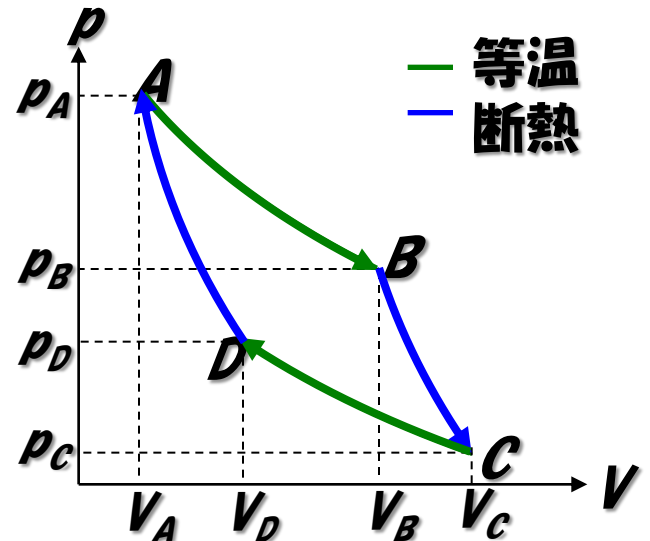
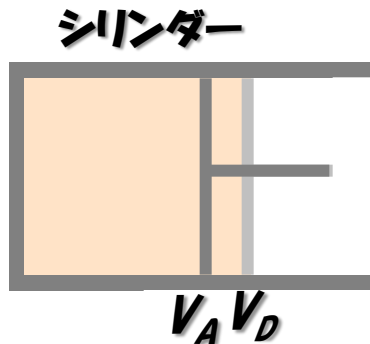
熱機関: 熱源から熱量 Q を吸収して, 仕事 L をする機関

カルノーサイクル: カルノーが考案した等温過程と断熱過程
からなる 可逆循環過程



N.L. Sadi Carnot
(1796-1832)

1. $A \rightarrow B$: 等温膨張 (温度: T_2) (V_A, p_A) \rightarrow (V_B, p_B)
2. $B \rightarrow C$: 断熱膨張 (V_B, p_B) \rightarrow (V_C, p_C)
3. $C \rightarrow D$: 等温圧縮 (温度: T_1) (V_C, p_C) \rightarrow (V_D, p_D)
4. $D \rightarrow A$: 断熱圧縮 (V_D, p_D) \rightarrow (V_A, p_A)



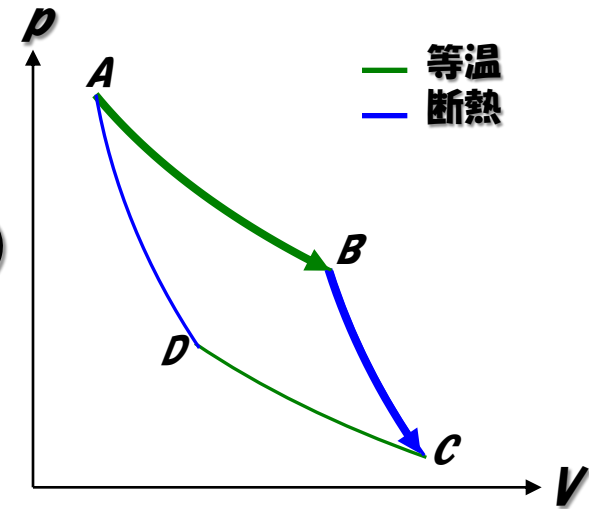
1. $A \rightarrow B$: 等温膨張 (温度: T_2) (V_A, p_A) \rightarrow (V_B, p_B)

$$d'Q = dU + pdV = C_V dT + pdV = pdV$$

$$U_{AB} = 0 \quad (\text{系のエネルギー変化})$$

$$L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} pdV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{RT_2}{V} dV = RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A} \quad (\text{系のする仕事})$$

$$Q_{AB} = RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A} \quad (\text{系に与えられた熱量})$$



2. $B \rightarrow C$: 断熱膨張 (V_B, p_B) \rightarrow (V_C, p_C), $T_2 \rightarrow T_1$

$$d'Q = C_V dT + pdV = 0 \rightarrow C_V dT = -pdV$$

$$U_{BC} = C_V (T_1 - T_2)$$

$$L_{BC} = \int_{V_B}^{V_C} pdV = -\int_{T_2}^{T_1} C_V dT = -C_V (T_1 - T_2)$$

$$Q_{BC} = 0$$

3. C→D: 等温压缩(温度: T_1) (V_C, p_C)→(V_D, p_D)

$$U_{CD} = 0$$

$$L_{CD} = \int_{V_C}^{V_D} p dV = \int_{V_C}^{V_D} \frac{RT_1}{V} dV = RT_1 \ln \frac{V_D}{V_C} (< 0)$$

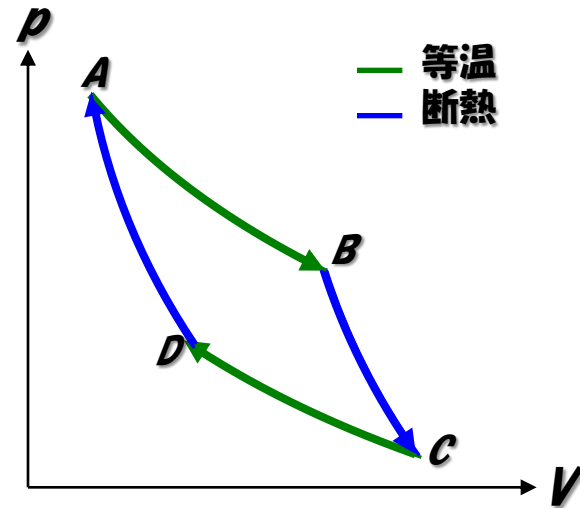
$$Q_{CD} = RT_1 \ln \frac{V_D}{V_C} (< 0)$$

4. D→A: 断热压缩 (V_D, p_D)→(V_A, p_A)

$$U_{DA} = C_V(T_2 - T_1)$$

$$L_{DA} = \int_{V_D}^{V_A} p dV = -\int_{T_1}^{T_2} C_V dT = -C_V(T_2 - T_1) (< 0)$$

$$Q_{DA} = 0$$



■ 1サイクルで系に与えられる熱量の総量

$$Q_{ABCD A} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$$

$$= Q_{AB} + Q_{CD}$$

$$= RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A} - RT_1 \ln \frac{V_C}{V_D}$$

$$= R(T_2 - T_1) \ln \frac{V_B}{V_A} (> 0)$$

← ポアソンの式を使う

■ 1サイクルで系が行う仕事の総量

$$L_{ABCD A} = \oint p dV$$

$$= RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A} - C_V (T_1 - T_2) + RT_1 \ln \frac{V_D}{V_C} - C_V (T_2 - T_1)$$

$$= RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A} + RT_1 \ln \frac{V_D}{V_C}$$

$$= R(T_2 - T_1) \ln \frac{V_B}{V_A}$$



1サイクルの曲線で囲まれた面積に対応

一方、1サイクルに熱力学第一法則を適用すると

$$\begin{aligned} L_{ABCD A} &= Q_{ABCD A} = Q_{AB} + Q_{CD} = Q_{AB} - |Q_{CD}| \\ &= Q_2 - Q_1 \end{aligned} \quad (43)$$

T_2 の熱源から吸収する熱量

T_1 の熱源へ放出する熱量

高熱源から吸収する熱量のうち、一部だけがカルノーサイクルによって仕事に変換される。

■ カルノーサイクルの効率

高熱源から吸収する熱量 $Q_2 (> 0)$ 、外部に対して $L (> 0)$ の仕事を行うときの熱効率は、

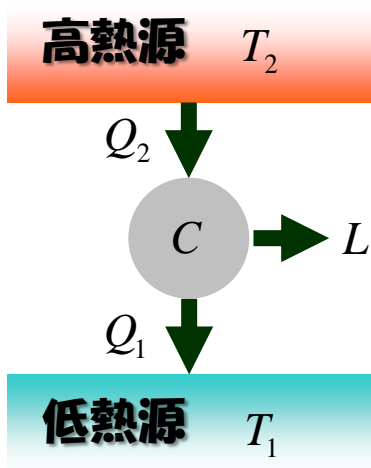
$$\eta = \frac{L}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} \quad (44)$$

で定義する。

$$\eta = 1 - \frac{RT_1 \ln(V_C / V_D)}{RT_2 \ln(V_B / V_A)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

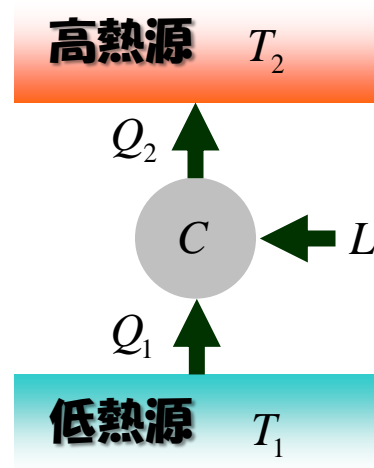
■ カルノーサイクル(可逆過程)の逆操作

順サイクル



$$L = Q_2 - Q_1$$

逆サイクル



$$-L = Q_1 - Q_2$$

問題 カルノーサイクル

■カルノーサイクルで、

$$Q_{ABCD A} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A} - RT_1 \ln \frac{V_C}{V_D} = R(T_2 - T_1) \ln \frac{V_B}{V_A}$$

が成り立つ。 $\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$ が成り立つことを証明せよ。

ポアソンの式より $p_B V_B^\gamma = p_C V_C^\gamma$, $p_D V_D^\gamma = p_A V_A^\gamma$

$$\frac{p_B V_B^\gamma}{p_A V_A^\gamma} = \frac{p_C V_C^\gamma}{p_D V_D^\gamma} \quad \frac{(p_B V_B) V_B^{\gamma-1}}{(p_A V_A) V_A^{\gamma-1}} = \frac{(p_C V_C) V_C^{\gamma-1}}{(p_D V_D) V_D^{\gamma-1}} \quad \frac{RT_2 V_B^{\gamma-1}}{RT_2 V_A^{\gamma-1}} = \frac{RT_1 V_C^{\gamma-1}}{RT_1 V_D^{\gamma-1}}$$

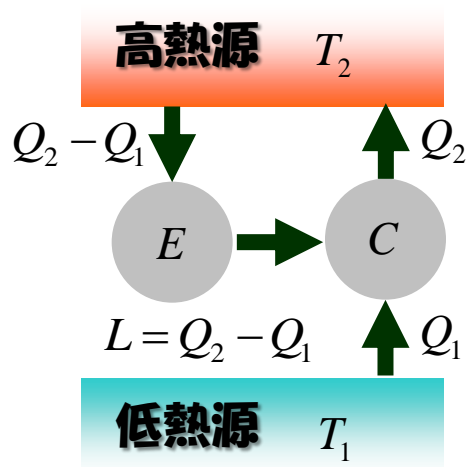
$$\frac{V_B^{\gamma-1}}{V_A^{\gamma-1}} = \frac{V_C^{\gamma-1}}{V_D^{\gamma-1}} \quad \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

■ ケルヴィンの原理とクラウジウスの原理の等価性

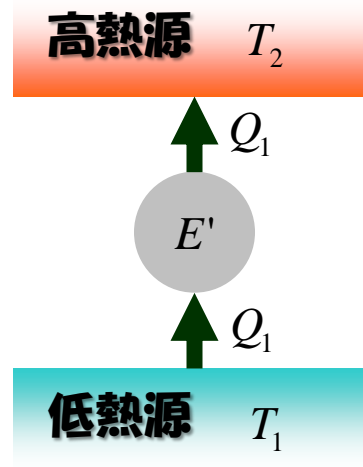
・両原理の対偶を考え、その等価性を証明

ケルヴィンの原理が成り立たない $\begin{matrix} \xrightarrow{A} \\ \xleftarrow{B} \end{matrix}$ クラウジウスの原理が成り立たない

●A ケルヴィンの原理が成り立たない場合

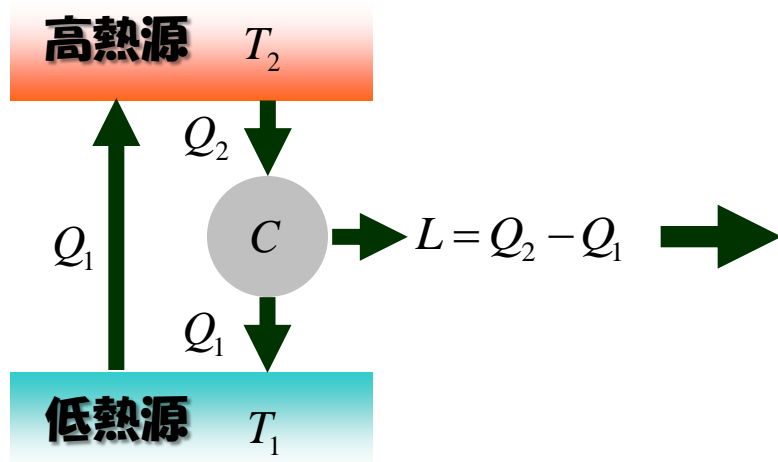


ケルヴィンの原理の否定

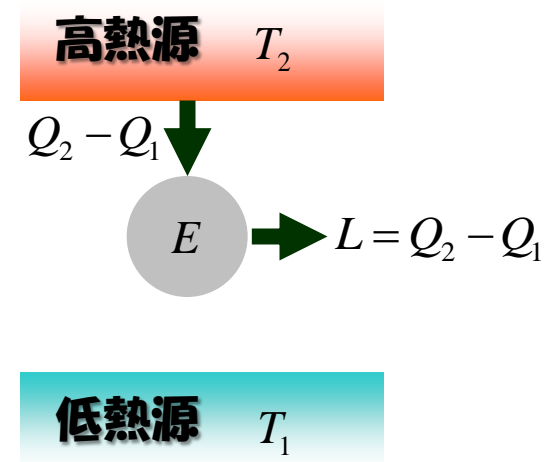


クラウジウスの原理の否定

●B クラウジウスの原理が成り立たない場合



クラウジウスの原理の否定



ケルヴィンの原理の否定

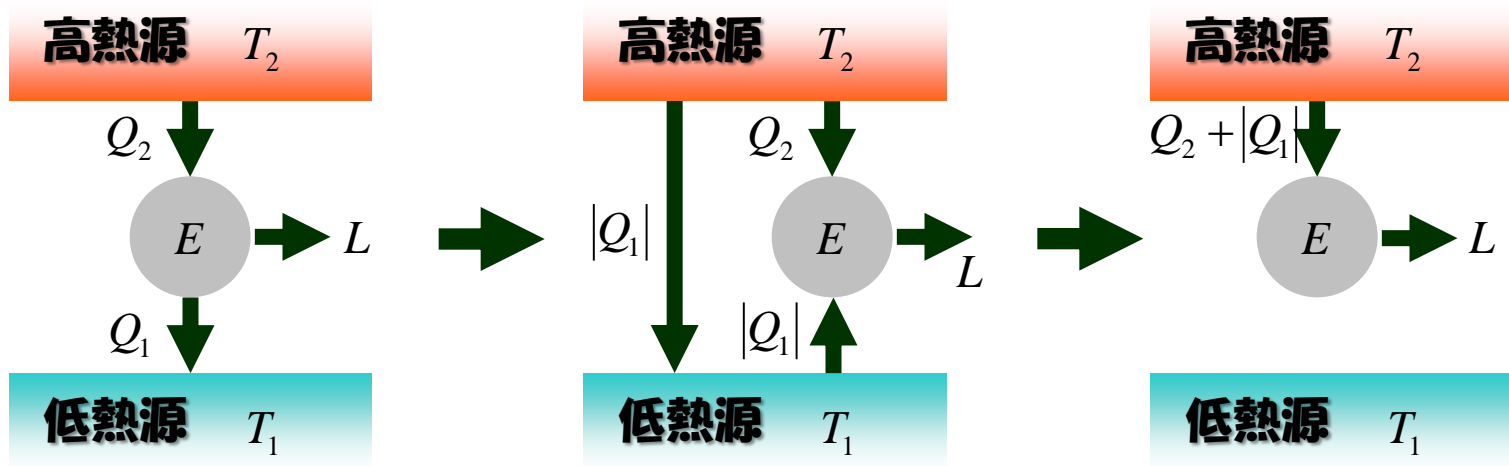


ケルヴィンの原理とクラウジウスの原理の等価性が証明された

9. 熱力学的絶対温度

■ 循環熱機関が正の仕事するなら, $Q_2 > 0$, $Q_1 > 0$

● [証明] $Q_1 \leq 0$ と仮定 ($L > 0$)



ケルヴィンの原理に反する

$Q_1 \leq 0$ の仮定が否定

$Q_1 > 0$ でなければならない

$$L = Q_2 - Q_1 > 0$$
$$Q_1 > 0$$



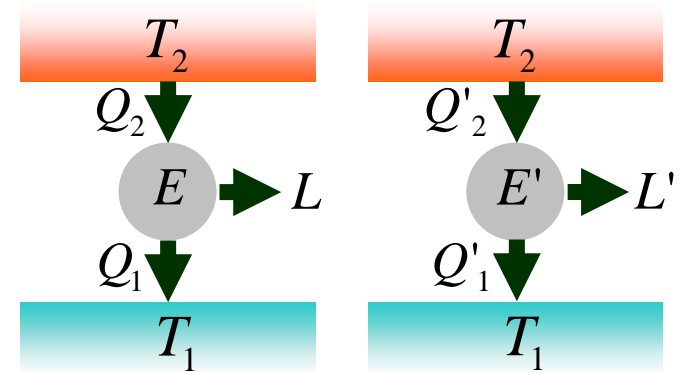
$$Q_2 > 0, Q_1 > 0 \quad (Q_2 > Q_1)$$

■ 熱機関 E が可逆ならば,

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{Q'_2}{Q'_1} \quad (45)$$

■ 熱機関 E, E' が可逆ならば,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q'_2}{Q'_1} \quad (46)$$



11月8日 小テスト 学籍番号, 学科, 氏名を書かない答案はゼロ点

問1 図の準静的サイクルに関して以下の問いに答えよ. ただし, この過程での作業物質は1モルの理想気体とし, 気体定数, 定積モル比熱を R, C_v とする.

(1) A, B, C, Dの温度を T_A, T_B, T_C, T_D としたとき, それぞれの4過程での気体が受け取る熱量 Q , 気体ができる仕事 L を T_A, T_B, T_C, T_D を使って求めよ.

(2) このサイクルの効率 η を T_A, T_B, T_C, T_D を使って求めよ.

(3) 効率 η を T_A, T_B, T_C, T_D ではなく, V_1, V_2 を使って求めよ.

