

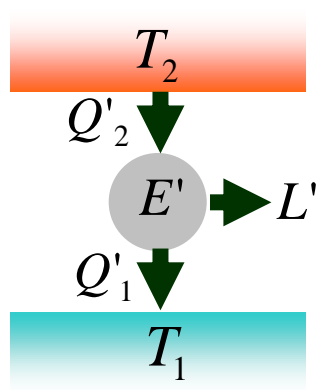
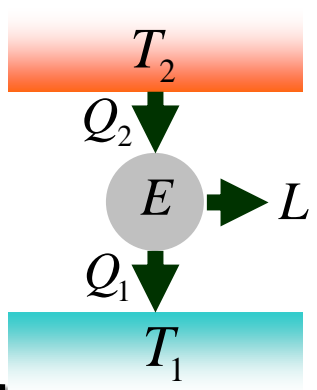
**11月22日(月) 休講**

**宿題 教科書問題 p28, 29**  
**教科書問題 p45, 46**

**提出 11月29日(月) 講義前**

● [証明] 熱機関Eが可逆と仮定

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{Q'_2}{Q'_1}$$



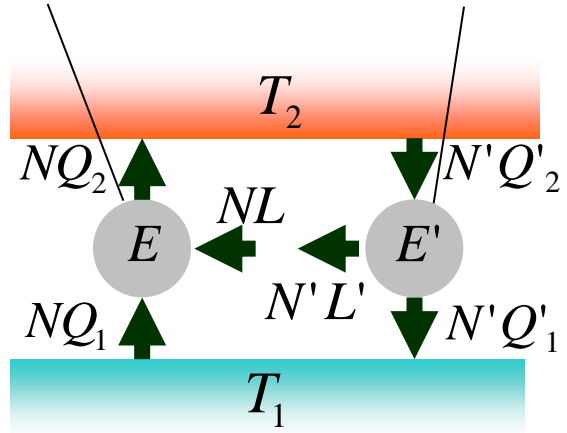
$$L = Q_2 - Q_1 \quad (47)$$

$$L' = Q'_2 - Q'_1 \quad (48)$$

$$\frac{Q_2}{Q'_2} = \frac{N'}{N} \quad (49) \quad N, N' \text{は正の整数}$$

N回逆向きに運転

N'回順方向に運転

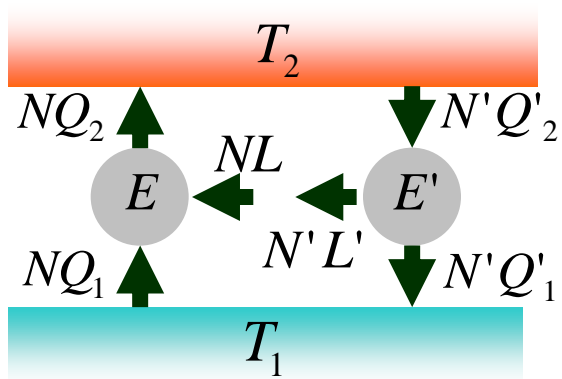


$$L_{total} = N' L' - NL$$

$$Q_{2,total} = N' Q'_2 - N Q_2$$

$$Q_{1,total} = N' Q'_1 - N Q_1$$

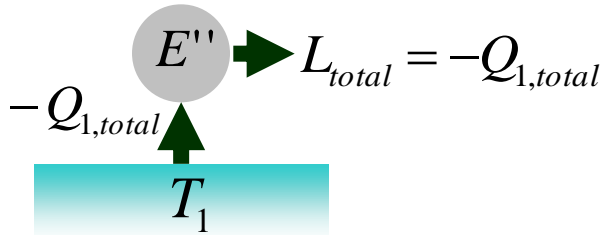
$$\begin{aligned} L_{total} &= N' (Q'_2 - Q'_1) - N (Q_2 - Q_1) \\ &= Q_{2,total} - Q_{1,total} \end{aligned}$$



$$L_{total} = Q_{2,total} - Q_{1,total}$$

$$Q_{2,total} = 0 \quad (50)$$

$$L_{total} = -Q_{1,total} \quad (51)$$



$$L_{total} \leq 0 \quad \leftarrow \text{ケルヴィンの原理より}$$

$$Q_{1,total} \geq 0$$

$$N'Q'_1 \geq NQ_1$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{N'}{N}$$



$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{Q'_2}{Q'_1}$$

## ● [証明] 熱機関E'が可逆と仮定

いままでと同様の議論より

$$\frac{Q'_2}{Q'_1} \geq \frac{Q_2}{Q_1}$$

熱機関Eも可逆であれば,  $\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{Q'_2}{Q'_1}$  も成り立つので



$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q'_2}{Q'_1}$$

## 可逆熱機関 $E$ と不可逆熱機関 $E'$ の効率

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{Q'_2}{Q'_1} \quad \rightarrow \quad 1 - \frac{Q_1}{Q_2} \geq 1 - \frac{Q'_1}{Q'_2}$$

$$\eta_E \geq \eta_{E'}$$

**不可逆熱機関の効率は可逆熱機関の効率を超えることはできない！**

**いくつかの(可逆, 不可逆)熱機関があり, どれも同じ温度 $T_1$ と $T_2$ の間で働いているならば, 可逆な熱機関の効率はすべて同一であり, 不可逆な熱機関の効率は可逆熱機関の効率を超えることはできない。**

## ■ 熱力学絶対温度目盛

同じ温度  $T_1$  と  $T_2$  の間で働くすべての可逆熱機関に対して

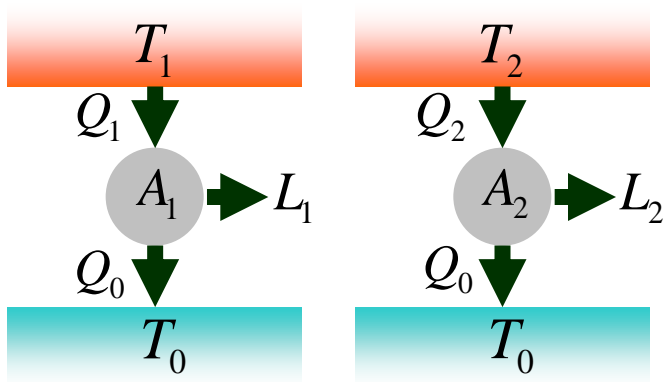
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q'_2}{Q'_1}$$



可逆熱機関であれば比  $\frac{Q_2}{Q_1}$  はいつでも一定

比  $\frac{Q_2}{Q_1}$  は熱機関の特性には依存しない

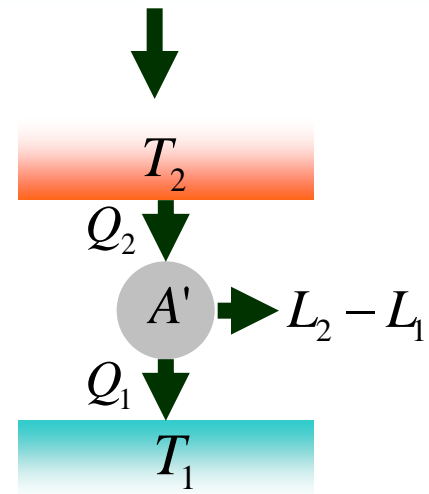
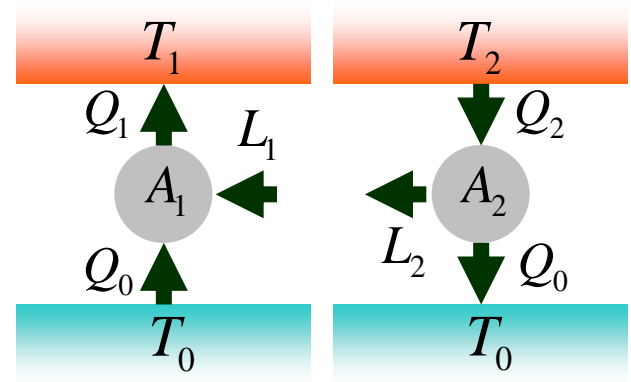
$$\frac{Q_2}{Q_1} = f(T_1, T_2) \quad (52)$$



$$\frac{Q_1}{Q_0} = f(T_0, T_1) \quad \frac{Q_2}{Q_0} = f(T_0, T_2)$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{f(T_0, T_2)}{f(T_0, T_1)} \quad (54)$$

$$f(T_1, T_2) = \frac{f(T_0, T_2)}{f(T_0, T_1)} \quad (53)$$



$$\frac{Q_2}{Q_1} = f(T_1, T_2)$$

上の議論で  $T_0$  は任意であるから、すべての式においてこれを一定に保つことができる。

$$Kf(T_0, T) = \theta(T) \quad (55) \quad K: \text{任意の定数}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = f(T_1, T_2) = \frac{\theta(T_2)}{\theta(T_1)} \quad (56)$$

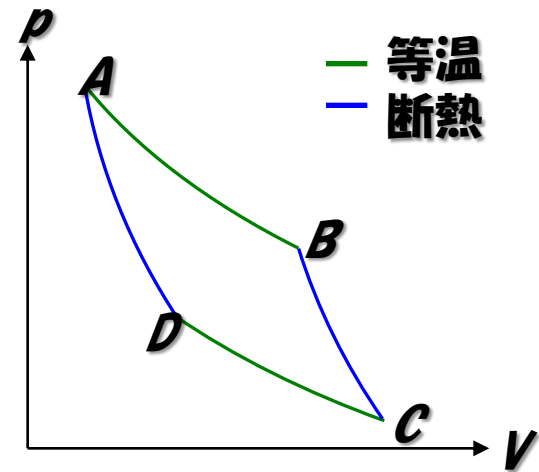
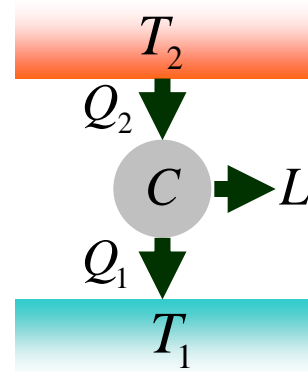
### $\theta$ : 熱力学的絶対温度

基準が与えられると、 $\theta$  は高熱源から取り去る熱量  $Q_2$  と低熱源へ与える熱量  $Q_1$  のみで決定される。



# 熱力学絶対温度 $\theta$ は絶対温度 $T$ と一致する

## カルノーサイクル



●[証明]  $\theta(T) = T$

$$Q_2 = Q_{AB} = RT_2 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_1 = |Q_{CD}| = RT_1 \ln \frac{V_C}{V_D}$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (58) \quad \rightarrow \quad \theta(T) = T \quad (57)$$

※教科書と番号付けが異なることに注意

A→B→D→C→A  
⇒ A→B→C→D→A

ポアソンの式より

## 可逆機関の効率

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \quad (59)$$

# 10. 熱機関

## ■ 熱機関の最大効率

可逆熱機関の効率  $\geq$  熱機関の効率

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

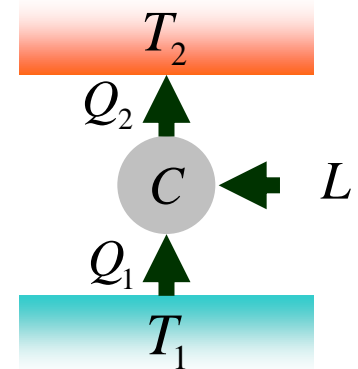
温度  $T_2$  と  $T_1$  の間で働く熱機関の最大の効率

## ■ 冷却器としての熱機関

カルノーサイクルを逆方向に運転

$$\begin{aligned} L &= Q_2 - Q_1 \\ &= \frac{T_2}{T_1} Q_1 - Q_1 \quad \leftarrow \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \\ &= \frac{T_2 - T_1}{T_1} Q_1 \quad \rightarrow \quad Q_1 = L \frac{T_1}{T_2 - T_1} \end{aligned}$$

カルノーサイクル



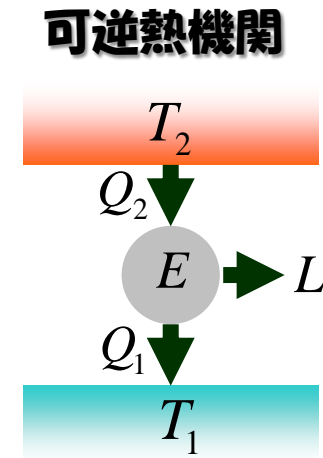
仕事  $L$  によって、低温度の物体から  $Q_1$  の熱を奪う熱機関

# 第IV章 エントロピー

## 11. サイクルの性質

■  $\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$  の証明 (61)

※熱量の符号: 正 熱源→熱機関  
負 熱源←熱機関



● [証明]一つの可逆熱機関

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (58)$$

※熱量の符号:  $Q$ , 熱機関→熱源のとき正

↓

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} = 0 \rightarrow \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = \sum_i \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

※熱量の符号: 正 熱源→熱機関

可逆熱機関であれば  $\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0$  と推測できる

● **[証明]一つの熱機関(不可逆熱機関を含む)**

$$\frac{Q_2}{Q_1} \geq \frac{Q'_2}{Q'_1} \quad (45)$$

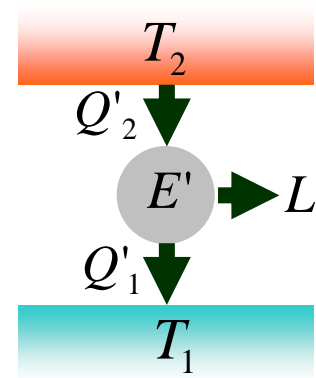


$$\frac{T_2}{T_1} \geq \frac{Q'_2}{Q'_1} \quad \frac{Q'_2}{T_2} - \frac{Q'_1}{T_1} \leq 0$$



$$\sum_i \frac{Q'_i}{T_i} = \frac{Q'_2}{T_2} + \frac{Q'_1}{T_1} \leq 0$$

※熱量の符号: 正 熱源→熱機関



熱機関であれば

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

と推測できる

● [証明] 一般的な熱機関

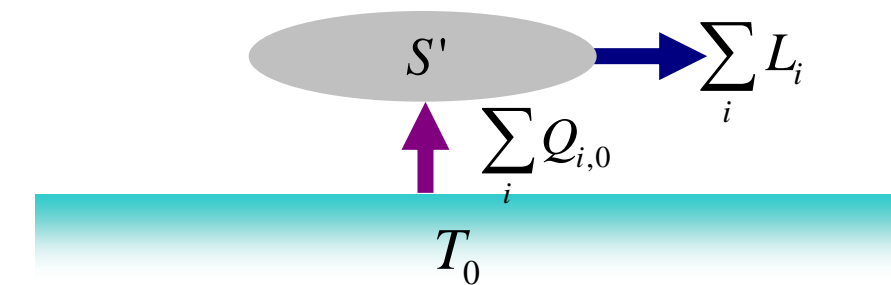
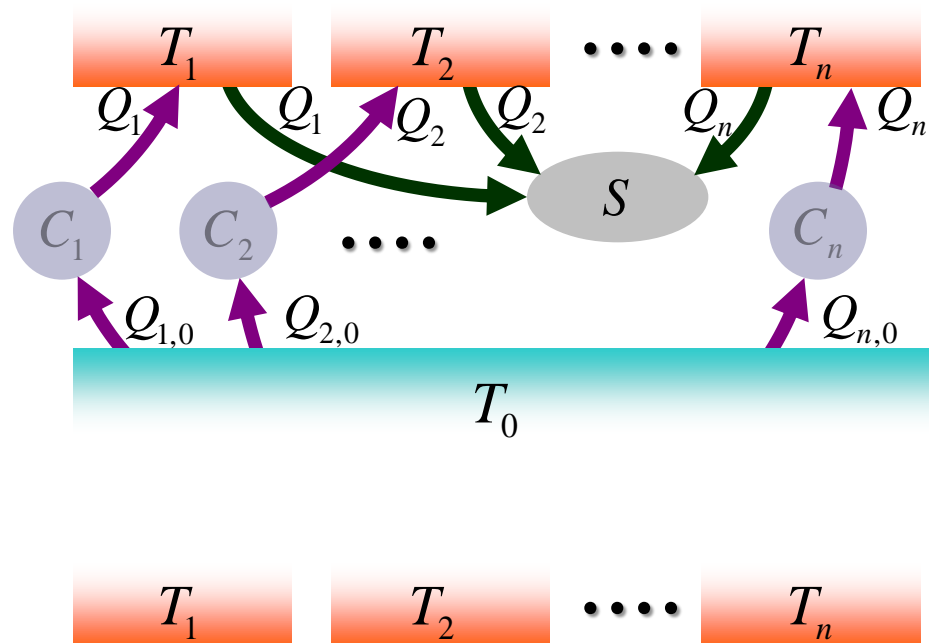
$$Q_{i,0} = \frac{T_0}{T_i} Q_i \quad (62)$$



$$\sum_{i=1}^n Q_{i,0} = T_0 \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$



$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \quad (63)$$



$\sum_{i=1}^n Q_{i,0} > 0$  ケルヴィンの原理に反する

## 可逆サイクルの場合

$S$ を逆向きに動かすと  $\sum_{i=1}^n -\frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \quad \rightarrow \quad \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \geq 0$

この式と式(63)より

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0 \quad (64)$$

## ■ 熱源が無限個ある場合

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \quad \rightarrow \quad \oint \frac{d'Q}{T} \leq 0 \quad (65)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0 \quad \rightarrow \quad \oint \frac{d'Q}{T} = 0 \quad (66) \quad \text{可逆サイクル}$$