

## 問題Ⅱ

問 1 高度 10km 程度までの対流圏を断熱過程とみなして、大気の状態変化について考察しよう。定圧モル比熱  $C_p$  と定積モル比熱  $C_v$  の比を  $\gamma$  ( $\gamma = C_p/C_v$ ) とし、大気は理想気体であると仮定する。したがって、状態方程式  $PV = nRT$  や Mayer の関係式  $C_p - C_v = R$  は、既知として用いてよい。ここで  $n, P, V, T$  はそれぞれ気体のモル数、圧力、体積、温度を表し、 $R$  は気体定数である。

- 1-1. 空気の密度を  $\rho$ 、重力加速度を  $g$  として、高度変化  $dh$  とこれに伴う圧力変化  $dP$  の関係を求めよ。
- 1-2. 空気 1 モルの質量を  $M$  として、空気の密度  $\rho$  を温度  $T$  の関数として表せ。
- 1-3. 断熱過程における  $T$  と  $P$  の関係を、比熱の比  $\gamma$  を用いて表せ。
- 1-4. 断熱過程のもとでの高度変化  $dh$  とこれに伴う温度変化  $dT$  の関係を求めよ。
- 1-5.  $M = 0.029 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $\gamma = 1.40$ ,  $R = 8.3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  として、100m 上昇したときの温度降下を算出せよ。

**問 2** 気体分子1個を吸着しうる吸着点  $N(N \gg 1)$  個が、正方格子状に並ぶ平面がある。この吸着平面と  $N$  個の気体分子が接触して、温度  $T$  に保たれている系を考える。吸着されていない気体分子のエネルギーを0、吸着された気体分子のエネルギーを  $-\varepsilon(\varepsilon > 0)$  とする。また、最近接吸着点を分子が占めると、その1対ごとに、さらに相互作用エネルギー  $J(J \geq 0)$  が発生するものとする。熱平衡時の吸着分子数  $\bar{n}$  と全吸着点数  $N$  の比(被覆比)  $\bar{n}/N$  について考えよう。必要があれば、 $x \gg 1$  に対して Stirling の近似式  $\ln x! \simeq x \ln x - x$  を用いてよい。

・まず  $J = 0$ 、つまり相互作用の無い場合を考える。

**2-1.** 熱平衡時の被覆比  $\theta_0$  を  $T$  の関数として求めよ。

**2-2.**  $\lim_{T \rightarrow 0} \theta_0$  及び  $\lim_{T \rightarrow \infty} \theta_0$  を求め、その値の意味を物理的に解釈せよ。

・次に  $J \neq 0$  の場合を考える。吸着分子数  $n$  が与えられても、最近接吸着点を占める分子ペアの数  $m$  は、一般にはなお不定である。そこでここでは、各吸着点には一様に確率  $n/N$  で分子が吸着されている(平均場近似)として、計算を進めよう。

**2-3.**  $m$  を  $n$  の関数として表せ。

**2-4.** 熱平衡時の被覆比  $\theta_{MF}$  を、 $T, J$  の関数として定める方程式を導け。

**2-5.**  $\lim_{T \rightarrow 0} \theta_{MF} < 1$  となるような  $J$  の条件を求めよ。

