平成 13 年度北海道大学大学院理学研究科
物理学専攻修士課程 (物理学分野) 入試問題

問題 E-I

格子振動はバネで結び付いた質量 m の N個の質点からなる系の振動として理解できる。つまりそれら質点の安定点の間の距離は a で、バネ定数 fのバネ (自然長 a) で結合していると考えられる。この系について考察せよ。ただしバネは N番目と 1 番目が他と同じバネでつながりリングになっているものとする。(一次元周期的境界条件を有する系として扱う)

1. n 番目の質量 m の質点の変位 u_nとして運動方程式 (差分方程式) を記述せよ。

2. 解の形を振動する弦の場合を思い起こして、質点の位置が隣り合う質点ごとにあまり大きい変化をしていないと考え、この関数を運動方程式に代入し、分散関係 (振動の波数 qと角振動数ωの関係) を求めよ。

3. ばねは N番目と 1 番目が他と同じバネで連なっており、$n+N$番目の質点は今考えている n 番目の質点になる。このことから解は Na を周期とする関数となり許される波数の値には制限が必要となる。どの様な制限があるか ?

4. 波数 q、角振動数ωを持つ単振動が温度 Tの時エネルギー $E_n = (n+\frac{1}{2})\hbar\omega$を持つ確率を求め、平均エネルギーを求めよ。また温度が高いときこの単振動の平均エネルギーはどの様になるか ?