

熱物理学演習 5

[1] 熱力学の第一法則と第二法則を数式を用いて簡潔に表せ。

[2] クラウジウス不等式

$$d'Q \leq TdS$$

と熱力学第一法則を用いて、次の「ケルビンの原理」が成り立つことを示せ。

「一定温度の単一熱源を用いた熱機関（循環過程）を用いて外部に仕事をし、それ以外に何の変化も生じないようにすることは不可能である。」

[3] グリーンの定理は、任意の微分可能な二次元のベクトル場 $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = (F_x(x, y), F_y(x, y))$ に対し、次式が成立すると主張する。

$$\int \int_R dx dy \left[\frac{\partial F_y(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial F_x(x, y)}{\partial y} \right] = \int_C [F_x(x, y) dx + F_y(x, y) dy]. \quad (1)$$

ここで R は二次元平面上のある閉領域であり、また、 C はその境界を反時計回りに一周する積分路である。

$$F_x(x, y) = 3x^2 - 8y^2, \quad F_y(x, y) = 4y - 6xy$$

で、領域 R が次のように与えられたとき、(1) 式が成立していることを確かめよ。

(a) $R : x^2 \leq y \leq \sqrt{x} \quad (0 \leq x \leq 1).$

(b) $R : x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0.$