

## 統計力学 II 演習問題

2008 年 12 月 9 日

- [1] 大きさ  $s = 0$  のスピンを持ち、次の 1 粒子ハミルトニアンで記述されるボーズ粒子系を考える。

$$\hat{h} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2).$$

この場合に、一粒子固有状態を指定する量子数は  $k = (n_x, n_y, n_z)$  で与えられ、また、一粒子エネルギーは

$$\varepsilon_k = \left( n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2} \right) \hbar\omega,$$

と表せる。ただし  $n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots$  である。以下の問いに答えよ。

- (a) 状態密度  $D(\varepsilon) \equiv \sum_k \delta(\varepsilon - \varepsilon_k)$  を求めよ。
- (b) 全粒子数が  $N$  であるとして、ボーズ・アインシュタイン凝縮温度  $T_0$  の表式を求めよ。
- (c)  $T < T_0$  において最低エネルギー準位  $\frac{3}{2}\hbar\omega$  を占める粒子の数  $N_0$  を温度の関数として求めよ。
- [2] 金属 Na は体心立方格子構造を持ち、その格子定数は  $a = 4.2 \times 10^{-10} \text{m}$  で、原子当り一つの伝導電子を有する (一価金属)。
- (a) 電子密度  $N/V$  を求めよ。
- (b) 量子効果が顕著となる目安の温度  $T_Q \equiv \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e k_B} \left( \frac{N}{2V} \right)^{2/3}$  の値を求めよ。ここで  $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$  はボルツマン定数、また、 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{kg}$  は電子の質量である。