統計力学II演習問題

2008年12月2日

[1] 質量 M と大きさ s のスピンを持ち、一辺 L の正方形領域を運動する N 個の2次元自由粒子を考える。周期境界条件を採用すると、この場合の一粒子固有状態を指定する量子数は $k=(\mathbf{p},m_s)$ で与えられる。ここで $\mathbf{p}\equiv\dfrac{2\pi\hbar}{L}(n_x,n_y)$ は運動量 $(n_x,n_y=0,\pm1,\pm2,\cdots)$、また $m_s=s,s-1,\ldots,-s$ は z 方向のスピン量子数である。一粒子エネルギーはスピンに依存せず、$\varepsilon_k=\dfrac{\mathbf{p}^2}{2M}$ で与えられる。

(a) 状態密度 $D(\varepsilon)\equiv\sum_k\delta(\varepsilon-\varepsilon_k)$ を求めよ。

(b) この自由粒子の高温における化学ポテンシャル μ と比熱 C_V の表式を、量子補正の最低次まで考慮して求めよ。

(c) $s=\dfrac{1}{2}$ を持つフェルミ粒子について、化学ポテンシャル μ と低温比熱 C_V の表式を T^2 のオーダーまで求めよ。