

統計力学演習問題 (2)

[1] 50°C の低温熱源と 400°C の高温熱源との間で働く熱機関の最大効率を求めよ。

[2] ファンデルワールスの状態方程式

$$P = \frac{nRT}{V - nb} - a \frac{n^2}{V^2}$$

に従う n モルの気体がある。ここで $R = 8.134[\text{J/mol}\cdot\text{K}]$ は気体定数、また、 a と b は正定数である。また、その定積熱容量 C_V は温度 T によらないことが、実験によりわかっているものとする。

- (1) 内部エネルギーの微小変化 dU とエントロピーの微小変化 dS の表式を求めよ。
 - (2) 定積熱容量 C_V が体積に依存しないこと、すなわち、 $(\partial C_V / \partial V)_T = 0$ を示せ。
 - (3) 内部エネルギー U とエントロピー S の表式を求めよ。
 - (4) 準静的断熱過程で $T(V - nb)^{nR/C_V}$ が変化しないことを示せ。
 - (5) 真空中への断熱自由膨張により、体積が V_1 から V_2 まで変化した。この時の温度変化を求めよ。
- [3] 成功・失敗する確率がそれぞれ p と $1 - p$ ($0 < p < 1$) である試行を独立に n 回行うとき、成功する回数が k ($\leq n$) となる確率 P_k は、二項分布

$$P_k = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

で与えられる。成功する回数の期待値とその標準偏差を求めよ。

[4] 連続的な確率変数 $X \in [-\infty, \infty]$ がある。それが $x \leq X \leq x + dx$ の間の値をとる確率は、確率密度関数 $f(x)$ を用いて、 $f(x)dx$ で与えられる。

(1) 期待値と標準偏差の表式を $f(x)$ を用いて表せ。

(2) 確率密度関数が $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$ で与えられる場合について、期待値と標準偏差を求めよ。