

統計力学演習問題 (13)

- [1] 相互作用のない N 個の同種フェルミ粒子系がある。この系の波動関数 $\Phi_\nu(x_1, x_2, \dots, x_N)$ が、規格直交化された一粒子固有関数 $\varphi_k(x) \equiv \langle x|k \rangle$ を用いて、以下のように表せることを示せ。

$$\Phi_\nu(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \det \begin{bmatrix} \langle x_1|k_1 \rangle & \cdots & \langle x_1|k_N \rangle \\ \vdots & & \vdots \\ \langle x_N|k_1 \rangle & \cdots & \langle x_N|k_N \rangle \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし、 $x \equiv (\mathbf{r}, \alpha)$ は空間座標 \mathbf{r} とスピン座標 α の組、 k は一粒子量子数の組、 $\nu \equiv (k_1, k_2, \dots, k_N)$ は N 個の一粒子量子数の組である。

- [2] 同種粒子 N 個からなる理想気体がある。

- 系の全エネルギー E と全粒子数 N を、一粒子状態のエネルギー ε_k とその占有数 n_k を用いて表せ。ただし、 k は一粒子状態を指定する量子数である。
- フェルミ統計およびボーズ統計と、気体を構成する粒子の置換対称性の関係を記せ。
- フェルミ統計およびボーズ統計と、気体を構成する粒子のスピンのおおきさとの関係を記せ。
- フェルミ統計とボーズ統計のそれぞれにおいて、占有数 n_k としてどのような値が許されるか。