

統計力学演習問題 (1)

[1] ある成人がある 1 日に採った食物は, 2400kcal であった。この熱が体脂肪にならず, すべて消費されたとすると, この人の毎秒当りの平均エネルギー消費量は何ワット (= ジュール/秒) か。ただし $1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$ である。

[2] 熱力学の第一法則と第二法則を数式を用いて簡潔に表せ。

[3] Maxwell の関係式 $(\partial S/\partial V)_T = (\partial p/\partial T)_V$ が成立することを示せ。

[4] 次の恒等式を証明せよ。

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p.$$

[5] 以下の問いに答えよ。ただし n モルの理想気体は, 状態方程式 $pV = nRT$ (p : 圧力, V : 体積, T : 絶対温度, R : 気体定数) に従うものとし, $R = 8.31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$, $0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$ である。

- (1) 状態方程式を用いて, 理想気体の内部エネルギー U が体積 V に依存しないことを示せ。
- (2) 理想気体の定積モル比熱 C_V と定圧モル比熱 C_p との間にマイヤーの関係式 $C_p = C_V + R$ が成立することを示せ。
- (3) 準静的断熱過程においてポワソンの関係式 $pV^\gamma = \text{一定}$ ($\gamma = C_p/C_V$) が成立することを示せ。
- (4) 理想気体の C_V は定数である。このことを用いて理想気体 1 モルのエントロピーの表式を求めよ。
- (5) n モルの理想気体のエントロピーの表式を求めよ。
- (6) 真空中への自然膨張により、理想気体 n モルの体積が V_1 から V_2 まで変化した。このときのエントロピー変化 ΔS を求めよ。
- (7) 気体中を伝わる音波の速さ u は, 気体の密度 ρ と断熱圧縮率 κ_S を用いて, $u = (\rho\kappa_S)^{-1/2}$ と表すことができる。空気を理想気体とみなし, 1 気圧, 0°C における空気中の音速 u [m/s], および, 0°C と 1°C の音速の差 Δu [m/s] を求めよ。ただし空気の分子量 M (= 1 モルあたりのグラム数) を 28.9, 空気の $\gamma = 1.41$ とする。