

物理学IIレポート問題11

[1] 原点に大きさ Q の電荷がある時、この電荷が位置 \vec{r} に作る電場は

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}. \quad (1)$$

と表せる。原点を含む閉曲面 S 上でこの電場に外向き法線ベクトル $\vec{n}(\vec{r})$ をかけ、面積分を実行する。この時、次式が成立することを示せ。

$$\int_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{n}(\vec{r}) dS = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (2)$$

[2] 3次元空間内の領域

$$R : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + z \leq 1$$

に関する以下の問いに答えよ。

- (a) R の体積を初等的に求めよ。
- (b) 領域 R の体積 V は、次の積分で表すことができる。

$$V \equiv \iiint_R dx dy dz = \int_0^1 dz \int_0^{1-z} dy \int_0^{1-y-z} dx$$

ただし、最初の式は定義式で、二番目が領域 R を具体的に積分領域として表現した式である。第二の表式を用いて積分を実行し、 V を求めよ。