

物理学 I 演習問題 9

[1] (a)

$$\text{運動量保存則の式： } mv_{1f} + mv_{2f} = mv \quad (1a)$$

$$\text{完全弾性衝突の式： } v_{1f} - v_{2f} = -v \quad (1b)$$

(1a)/ m +(1b) より $v_{1f} = 0$ 、(1a)/ m -(1b) より $v_{2f} = v$ 。衝突後、球 1 は静止し、球 2 が速さ v で運動する。

$$(b) \quad \mathbf{v}_{1f} = (v \cos^2 30^\circ, v \cos 30^\circ v \sin 30^\circ) = \left(\frac{3}{4}v, \frac{\sqrt{3}}{4}v\right),$$

$$\mathbf{v}_{2f} = (v \sin^2 30^\circ, -v \cos 30^\circ v \sin 30^\circ) = \left(\frac{1}{4}v, -\frac{\sqrt{3}}{4}v\right).$$

[2] 運動量保存則 $m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = m_1\mathbf{v} + m_2\mathbf{v}$ より $\mathbf{v} = \frac{m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2}{m_1 + m_2}$ 。

[3] (a) ボート乗り場を原点に選ぶと、ボートの重心はボートの中心、すなわち、 $3 + 4/2 = 5\text{m}$ の位置。少年とボートの複合体の重心 x は、 $x = \frac{30 \times 3 + 100 \times (3 + 2)}{30 + 100} = \frac{59}{13} = 4.54\text{m}$ の位置。これは、ボートの最後端から 1.54m の位置。

(b) 少年とボートの複合体に対する運動方程式は $130 \times \frac{d^2x}{dt^2} = F$ 、ここで、 F は少年とボートの複合体に働く外力。しかし、少年がボートの上を静かに動くとき、少年とボートの間には作用反作用の法則が成立し、複合体に働く外力は 0。従って、少年の移動前後で複合体の重心は変化しない。また、対称性から、少年が最前端に移ったときの重心の位置は、最前端から 1.54m の位置にある。従って、少年が最前端に移ったときのボートの最後端とボート乗り場の距離を d とすると、

$$4.54 = \frac{30 \times (d + 4) + 100 \times (d + 2)}{30 + 100} = d + \frac{32}{13} = d + 2.46$$

ゆえに $d = 2.08\text{m}$ 。