

物理学 I 演習問題 8

[1] 万有引力の法則より、 $g_m = G \frac{M_m}{r_m^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{7.35 \times 10^{22}}{(1.74 \times 10^6)^2} \approx 1.62 \text{ m/s}^2$ 。地球上の重力の約 1/6 の大きさである。

[2] (1) $M = \frac{gr^2}{G} = \frac{9.81 \times (6.37 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}} = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$ 。

(2) $\frac{1}{2}mv_{\text{escape}}^2 - G \frac{mM}{r} = 0$ より、

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 5.97 \times 10^{24}}{6.37 \times 10^6}} = 1.12 \times 10^4 \text{ m/s}。$$

[3]

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f(r)}{\partial \vec{r}} = \frac{\partial r}{\partial \vec{r}} \frac{df(r)}{dr} = \frac{\partial(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{\partial \vec{r}} \times \frac{-n}{r^{n+1}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2\vec{r}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \times \frac{-n}{r^{n+1}} = -n \frac{\vec{r}}{r^{n+2}}$$