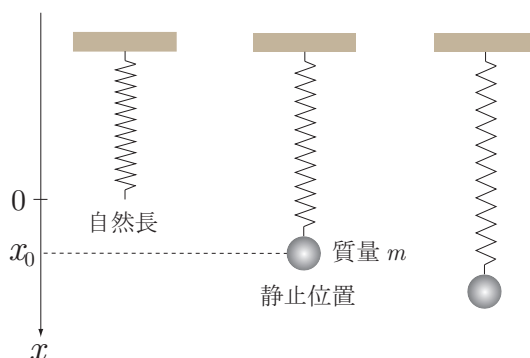


物理学 I 演習問題 4

- [1] 振り子時計の周期 T が 1 秒となるようにするには、振り子の長さ l を何 cm にする必要があるか。重力加速度を $g \approx 9.8[\text{m/s}^2]$ として概算せよ。
- [2] 図のように、バネ定数 k のバネの一端を固定して鉛直に吊り下げ、その他端を x 軸の原点に取り、 $+x$ 方向を地上方向に選ぶ。次に、バネの下端に質量 m の質点をつけ、静止させた。重力加速度を g として、以下の問いに答えよ。



- (a) 静止位置での質点の位置 x_0 を (k, m, g) を用いて表せ。
- (b) 質点の位置が x である時のニュートンの運動方程式を書き下せ。
- (c) $x(0) = x_0 + A$ ($A > 0$)、 $\dot{x}(0) = 0$ の下で運動方程式を解き、時刻 $t > 0$ における質点の位置 $x(t)$ と振動の周期 T を求めよ。ただし、 $\dot{x}(t) \equiv \frac{dx(t)}{dt}$ である。
 ヒント：運動方程式で $x = x_0 + \bar{x}$ と書き換え、 x_0 が定数であることを考慮し、静止位置からの変位 \bar{x} についての運動方程式を考察せよ。

- [3] オイラーの公式

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

と指数関数の性質

$$e^{x_1+x_2} = e^{x_1}e^{x_2}$$

を用いて、三角関数の加法定理

$$\cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

$$\sin(\theta_1 + \theta_2) = \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2$$

が成立することを証明せよ。