

物理学 I 演習問題 13

[1] 以下の問いに答えよ。

(a) ケプラーの第二法則である面積速度一定の法則は、

$$\frac{dS}{dt} = \frac{L}{2m}$$

と表せる (§10.3 参照)。ここで L は角運動量の大きさであり、時間変化しない。上の式を公転の一周期 T について積分し、 T を定数 (S, m, L) を用いて表せ。

(b) 楕円軌道の面積 S は、長半径 a と短半径 b を用いて、 $S = \pi ab$ で与えられる。また、講義ノート (29) 式と (14) 式より、 a と b は

$$a = \frac{r_0}{1 - e^2}, \quad b = \frac{r_0}{\sqrt{1 - e^2}} = \sqrt{ar_0}, \quad r_0 \equiv \frac{L^2}{Gm^2M}$$

と表せる。これらと (a) の結果を用いて、公転周期 T と長半径 a との間に、ケプラーの第三法則

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \quad (1)$$

が成立することを示せ。ここで G は万有引力定数、 M は恒星の質量である。

(c) 金星は、離心率 $e = 0.007$ を持ってほぼ円軌道を描き、太陽からの平均距離は地球の 0.72 倍である。金星の公転周期を有効数字二桁で求めよ。

(d) 地球とハレー彗星の離心率は、それぞれ 0.081 および 0.97 である。それぞれについて、長半径 a と短半径 b の比 a/b を有効数字二桁で求めよ。