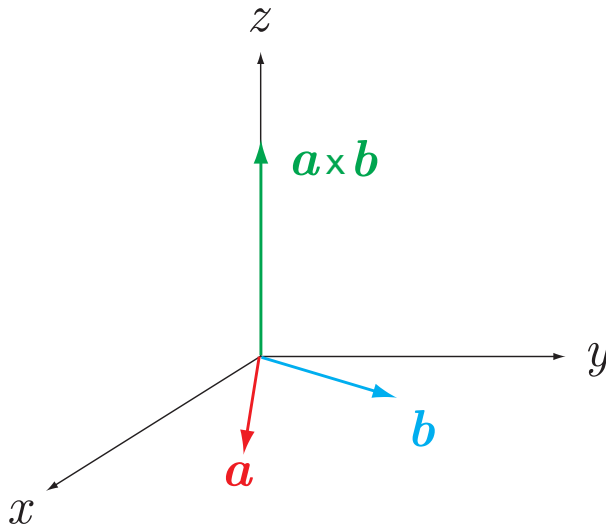


物理学 I 演習問題 10

[1] (a) $\vec{a} \times \vec{b} = (1 \cdot 0 - 0 \cdot 2, 0 \cdot 1 - 2 \cdot 0, 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1) = (0, 0, 3)$



(b) $\vec{a} \times \vec{b} = (1 \cdot 4 - 2 \cdot (-5), 2 \cdot 6 - 3 \cdot 4, 3 \cdot (-5) - 1 \cdot 6) = (14, 0, -21)$

[2] (a) $(\vec{a} \times \vec{b})_x = a_y b_z - a_z b_y = -(b_y a_z - b_z a_y) = -(\vec{b} \times \vec{a})_x$

(b) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = (a_y b_z - a_z b_y)c_x + (a_z b_x - a_x b_z)c_y + (a_x b_y - a_y b_x)c_z$
 $= (b_y c_z - b_z c_y)a_x + (b_z c_x - b_x c_z)a_y + (b_x c_y - b_y c_x)a_z = (\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}$

(c) $[(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}]_x = (\vec{a} \times \vec{b})_y c_z - (\vec{a} \times \vec{b})_z c_y = (a_z b_x - a_x b_z)c_z - (a_x b_y - a_y b_x)c_y$
 $= (a_y c_y + a_z c_z)b_x - (b_y c_y + b_z c_z)a_x = (a_x c_x + a_y c_y + a_z c_z)b_x - (b_x c_x + b_y c_y + b_z c_z)a_x$
 $= (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b}$

[3] (a) $\omega = \frac{v_0}{r_0}$.

(b) 小球に働く力は中心力である。従って、角運動量は保存するから、 $r_0 m v_0 = r_1 m v_1$ が成立。これより、 $v_1 = \frac{r_0}{r_1} v_0$ 。

(c) 小球にした仕事 ΔW は、終状態と始状態の運動エネルギー差に等しい。つまり、

$$\Delta W = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \left(\frac{r_0^2}{r_1^2} - 1 \right)$$