

『科学と証拠』本文 p.65 に付した注 25 (pp.185-6) で、 $Pr[W_1(P)]$ と $Pr[W_2(P)]$ の従属関係を導く際に共通原因 P との基本的な関係が抜け落ちており、導き方に誤りがありました。お詫びして、以下のとおり訂正します (この誤りは、『科学哲学』46-2 で本書に関する書評を書いて下さった大塚淳さんにご指摘いただきました。書評、ならびにご指摘に感謝いたします)。

注 25 [正]

P に関する 2 人の目撃者の証言、 $W_1(P)$ と $W_2(P)$ に関して、

$$Pr[W_1(P)\&W_2(P)] > Pr[W_1(P)] Pr[W_2(P)]$$

という確率の従属関係が成立する理由は次のとおり (証明手順は、Reichenbach, H.(1956) *The Direction of Time*, pp.158-160 に倣う)。

まず、 P が $W_1(P)$ と $W_2(P)$ の共通原因であることから、以下の 4 つの関係が成立する。

$$Pr[W_1(P)\&W_2(P) | P] = Pr[W_1(P) | P] \times Pr[W_2(P) | P] \quad (1)$$

$$Pr[W_1(P)\&W_2(P) | \sim P] = Pr[W_1(P) | \sim P] \times Pr[W_2(P) | \sim P] \quad (2)$$

$$Pr[W_1(P) | P] > Pr[W_1(P) | \sim P] \quad (3)$$

$$Pr[W_2(P) | P] > Pr[W_2(P) | \sim P] \quad (4)$$

(1)は、 P の成立を条件とすれば、 $W_1(P)$ と $W_2(P)$ の確率が独立となる (それぞれの成立が他方に影響を与えない=共通原因により一方が他方からスクリーンオフされる) ことを表す。

さらに確率の基本的な性質 (全確率の定理、余事象の確率) から、次の 4 つの関係が成立する。

$$Pr[W_1(P)] = Pr[W_1(P) | P] Pr[P] + Pr[W_1(P) | \sim P] Pr[\sim P] \quad (5)$$

$$Pr[W_2(P)] = Pr[W_2(P) | P] Pr[P] + Pr[W_2(P) | \sim P] Pr[\sim P] \quad (6)$$

$$Pr[W_1(P)\&W_2(P)] = Pr[W_1(P)\&W_2(P) | P] Pr[P] + Pr[W_1(P)\&W_2(P) | \sim P] Pr[\sim P] \quad (7)$$

$$Pr[\sim P] = 1 - Pr[P] \quad (8)$$

いま、

$$Pr[W_1(P)] = a, \quad Pr[W_2(P)] = b, \quad Pr[P] = c,$$

$$Pr[W_1(P) | P] = u, \quad Pr[W_2(P) | P] = v, \quad Pr[W_1(P) | \sim P] = r, \quad Pr[W_2(P) | \sim P] = s$$

と表せば、上の(1)~(8)の関係から、

$$\begin{aligned} & Pr[W_1(P)\&W_2(P)] - Pr[W_1(P)]Pr[W_2(P)] \\ &= cuv + (1-c)rs - \{cu + (1-c)r\} \{cv + (1-c)s\} \\ &= c(1-c)(u-r)(v-s) \\ &> 0 \quad (c > 0, 1-c > 0, u-r > 0, v-s > 0 \text{ が成り立つことに注意}) \end{aligned}$$

したがって、

$$Pr[W_1(P)\&W_2(P)] > Pr[W_1(P)] Pr[W_2(P)]$$

という従属関係が成立する。