

問題Ⅱ

問 1 高度 10km 程度までの対流圏を断熱過程とみなして、大気の状態変化について考察しよう。定圧モル比熱 C_p と定積モル比熱 C_v の比を γ ($\gamma = C_p/C_v$) とし、大気は理想気体であると仮定する。したがって、状態方程式 $PV = nRT$ や Mayer の関係式 $C_p - C_v = R$ は、既知として用いてよい。ここで n, P, V, T はそれぞれ気体のモル数、圧力、体積、温度を表し、 R は気体定数である。

- 1-1. 空気の密度を ρ 、重力加速度を g として、高度変化 dh とこれに伴う圧力変化 dP の関係を求めよ。
- 1-2. 空気 1 モルの質量を M として、空気の密度 ρ を温度 T の関数として表せ。
- 1-3. 断熱過程における T と P の関係を、比熱の比 γ を用いて表せ。
- 1-4. 断熱過程のもとでの高度変化 dh とこれに伴う温度変化 dT の関係を求めよ。
- 1-5. $M = 0.029 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, $\gamma = 1.40$, $R = 8.3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ として、100m 上昇したときの温度降下を算出せよ。

問 2 気体分子1個を吸着しうる吸着点 $N(N \gg 1)$ 個が、正方格子状に並ぶ平面がある。この吸着平面と N 個の気体分子が接触して、温度 T に保たれている系を考える。吸着されていない気体分子のエネルギーを0、吸着された気体分子のエネルギーを $-\varepsilon(\varepsilon > 0)$ とする。また、最近接吸着点を分子が占めると、その1対ごとに、さらに相互作用エネルギー $J(J \geq 0)$ が発生するものとする。熱平衡時の吸着分子数 \bar{n} と全吸着点数 N の比(被覆比) \bar{n}/N について考えよう。必要があれば、 $x \gg 1$ に対して Stirling の近似式 $\ln x! \simeq x \ln x - x$ を用いてよい。

・まず $J = 0$ 、つまり相互作用の無い場合を考える。

2-1. 熱平衡時の被覆比 θ_0 を T の関数として求めよ。

2-2. $\lim_{T \rightarrow 0} \theta_0$ 及び $\lim_{T \rightarrow \infty} \theta_0$ を求め、その値の意味を物理的に解釈せよ。

・次に $J \neq 0$ の場合を考える。吸着分子数 n が与えられても、最近接吸着点を占める分子ペアの数 m は、一般にはなお不定である。そこでここでは、各吸着点には一様に確率 n/N で分子が吸着されている(平均場近似)として、計算を進めよう。

2-3. m を n の関数として表せ。

2-4. 熱平衡時の被覆比 θ_{MF} を、 T, J の関数として定める方程式を導け。

2-5. $\lim_{T \rightarrow 0} \theta_{MF} < 1$ となるような J の条件を求めよ。

