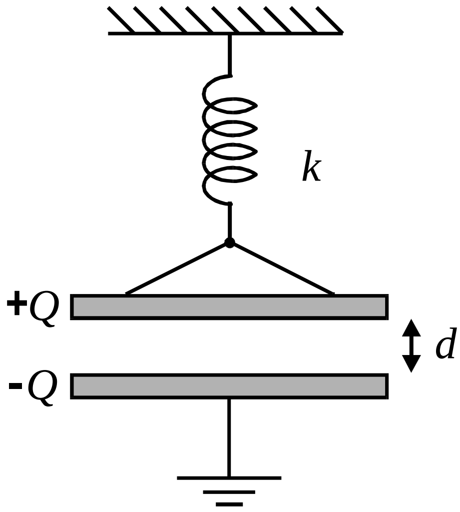
問題 II

問 1　図のような真空中に置かれた平行平板コンデンサーについて考える。このコンデンサーでは下の極板が固定されており、上の極板はばね（ばね定数 k ）で吊り下げられている。また、極板の間隔は、電荷が蓄えられていないとき d_0 であったが、電荷 Q を与えたところ d に変化した。極板の面積を S 、真空の誘電率を ε_0 とし、電場は極板に垂直でコンデンサー内部にのみ存在するものとして以下の設問に答えよ。

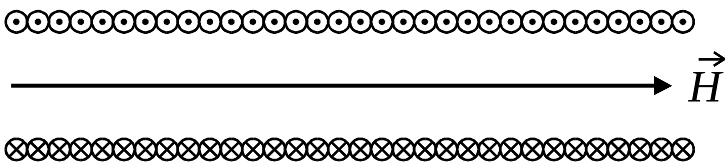


1-1.　ガウスの法則を用いてコンデンサー内部の電場の大きさ E を求めよ。

1-2.　電場による真空中のエネルギー密度が $\varepsilon_0 E^2/2$ で与えられることからコンデンサーの静電エネルギーを計算し、極板間に働く力の大きさと向きを求めよ。

1-3.　このコンデンサーでは d が Q に依存するので、極板間の電位差 V は Q に比例しなくなる。上の極板に働く力の釣り合いを考えることにより d の Q 依存性を求め、それを用いて V と Q の関係を導け。

問 2　真空中で、単位長さあたり N 回の巻き数を持つ無限に長いソレノイドに電流 I が流れている。図のように、ソレノイドの内部（断面積を S とする）で磁場 $\vec{H}$ は一様で長さの方向を向いている。外部に磁場は存在しないものとして以下の設問に答えよ。



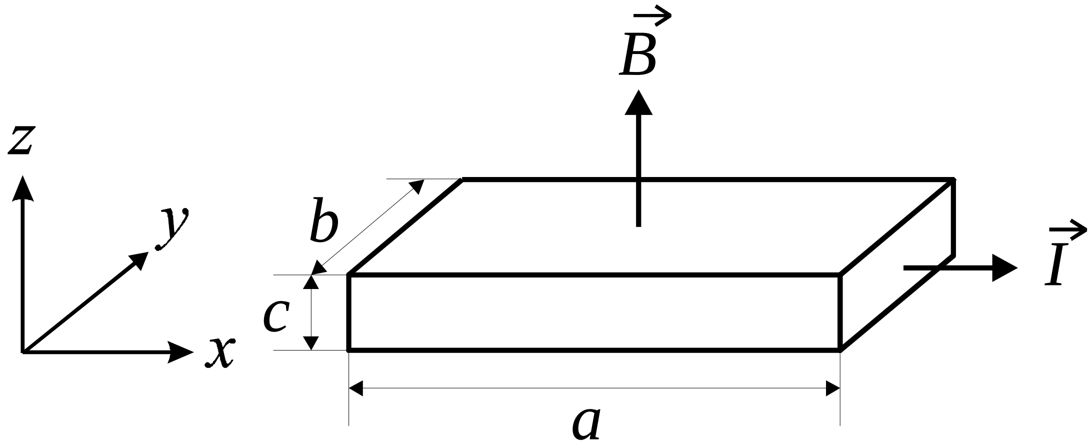
2-1.　アンペールの法則を用いてソレノイドの内部に生じる磁場の大きさ H を求めよ。

2-2.　ソレノイドの内部の空間に蓄えられる、単位長さあたりの磁場のエネルギーを I を用いて表せ。ただし真空中における磁場 $\vec{H}$ のエネルギー密度は真空の透磁率 μ_0 を用いて $\mu_0 \vec{H}^2/2$ である。

2-3.　次に、電流 I を微小時間 Δt の間に ΔI だけゆっくりと増加させることを考える。この時、ソレノイドにその単位長さ当たり V の誘導起電力が発生するとすれば、これに抗して電流を流すには $IV\Delta t$ の仕事が必要となる。この仕事がすべて磁場エネルギーに変化するも

のとして、V を電流の時間微分 $\dfrac{dI}{dt}$ を用いて表せ。

問 3　図のように、x、y、z 方向の長さが、それぞれ a、b、c の直方体の形状をした導体に x 方向に定常電流 $\vec{I}$ を流す。導体内部の荷電粒子の質量を m、電荷を q、粒子数密度を n として、以下の設問に答えよ。



3-1.　荷電粒子の x 方向の平均速度成分 v_x は、運動方程式 $m\dfrac{dv_x}{dt} = qE_x - \dfrac{mv_x}{\tau}$ に従うとする。ここで、E_x は x 方向の電場成分、τ は緩和時間である。E_x が一定の時、この方程式の定常解 $\bar{v}$ を求めよ。

3-2.　定常電流の大きさ I を、$\bar{v}$ を用いて表せ。

3-3.　**3-1** と **3-2** より、x 軸に垂直な２つの表面間の電位差 V_x と I の間にオームの法則が成り立つことが分かる。その時の電気抵抗 R を求めよ。

3-4.　次に、この導体を z 軸方向の一様な磁束密度 $\vec{B}$ 中に置いた場合を考える。はじめ、荷電粒子はローレンツ力により曲げられる。その結果、y 軸に垂直な表面に電荷が生じるとする。定常状態では、この電荷による静電力がローレンツ力と相殺し、x 方向にのみ電流が流れる。この時、y 軸に垂直な２つの表面間の電位差 V_y を $\bar{v}$ と磁束密度の大きさ B を用いて表せ。

3-5.　直接測定可能な物理量 V_y、c、I、B により、$R_H = \dfrac{V_y c}{IB}$ と表される量は、導体の寸法には依存しないパラメータとなる。R_H より、導体のどんな性質がわかるか答えよ。