

## 問題 E-IV

比較的高い周波数、あるいは高い周波数成分を含む電気信号を伝送するのに同軸ケーブルがよく用いられる。同軸ケーブルは図 1 に示すように、円筒形の外部導体の中に円筒形の中心導体がポリエチレンなどの絶縁体で保持されている。中心導体、外部導体の半径をそれぞれ  $a, b$  とし、また絶縁体の誘電率を  $\epsilon$  として以下の問いに答えよ。なお、導体の抵抗による損失、誘電体の誘電損失はないものとしてよい。

1. 同軸ケーブルの内外の導体が単位長さあたり  $\pm Q$  の電荷をもつとき絶縁体の中にできる電界強度を半径  $r$  の関数として求めて、両導体間の電位差を求めよ。次に、ケーブルの単位長さあたりの電気容量  $C$  を求めよ。
2. 一方、導体を流れる電流を  $I$  とするとき (中心と外部とで逆向き)、内部導体を取り巻く磁束密度を求め、磁束  $\Phi$  を求めよ。ケーブルの長さあたりのインダクタンス  $L (L = \Phi/I)$  はいくらか。
3. 次に、ケーブルを伝わる信号電圧  $V$  (中心と外部導体間の電位差) と電流  $I$  の関係をもとよう\*。ケーブルの長さ方向に  $x$  軸をとると、長さ  $\Delta x$  あたりの容量、インダクタンスは  $C\Delta x$ 、 $L\Delta x$  であるからケーブルの等価回路は図 2 のように表せる。したがって、ケーブルに沿って伝わる高周波の電圧、電流を  $V(x)\exp[i\omega t]$ 、 $I(x)\exp[i\omega t]$ 、( $\omega$ : 角振動数) であらわしたとき、 $V(x)$ 、 $I(x)$  に関する方程式は次式で与えられる。

$$\frac{dV(x)}{dx} = -i\omega LI(x), \quad \frac{dI(x)}{dx} = -i\omega CV(x)$$

電圧が波動として伝わるときの伝搬速度  $v$ 、並びに特性インピーダンス  $Z (Z = V/I)$  をもとめよ。

同軸ケーブルでは自由空間と同様に横波電磁波 (主波または TEM 波という) が伝搬できることを示せるが、ここでは証明しなくてよい。

4. 特性インピーダンスが  $50\Omega$  の同軸ケーブルがよく使われる。通常のオシロスコープは入力インピーダンスが高い ( $1\sim 10\text{M}\Omega$ ) のが特色であるが、この同軸ケーブルの一方の端から高周波の電圧  $V$  の信号を送り込んでオシロスコープで正しく電圧を測定するとき、どのような注意が必要か。(理由も付して 200 字程度で述べよ。)