平成 13 年度北海道大学大学院理学研究科
物理学専攻修士課程 (物理学分野) 入試問題

問題 C-III

図のように、２枚の平行導体板を送電用の往復回路として、z軸方向に交流電流を流す。平行な導体板は高さが $y=0$ と $y=-d$ にあり、その導体板の x 軸方向の幅を wとし、かつ下側の導体板は接地されている。このとき以下の問いに答えよ。ただし、導体板の幅は十分広く $(w \gg d)$、かつ z軸方向の長さも十分長く導体板の端部の効果は無視することができ、交流電流がつくる電場・磁場は空間的には zのみの関数とする。また単位系は MKSA 単位系とし、真空の誘電率をϵ_0、透磁率μ_0 とする。

(1) 平行導体板の間に電位差を与えると平行導体板はコンデンサとみなせる。z軸方向の単位長さあたりの電気容量 Cを求めよ。

(2) 平行導体板を往復回路として z軸方向に電流を流すとループ回路となり、一種のコイルとみなせる。z軸方向の単位長さあたりの自己インダクタンス L を求めよ。

(3) z軸方向に交流が流れるとき、時刻 t で平行導体板の zと $z+\delta z$ 間に誘起される電荷 $Q(z,t)\delta z$と流れる電流 $I(z,t)$ の関係を求めよ。ただし、$I(z,t)$ は時刻 t において、導体板の位置 zに流れ込む電流である。

(4) 位置 zでの導体板間の時刻 t における電位差を $V(z,t)$ とする。交流電流 $I(z,t)$ が流れるとき、zと $z+\delta z$の間に生じる電磁誘導による起電力と電位 $V(z,t)$ の関係を求めよ。

(5) 電流 $I(z,t)$ あるいは電位 $V(z,t)$ は波動方程式に従うことを示せ。また、この波動方程式の伝搬速度を誘電率ϵ_0と透磁率μ_0を使って表せ。

(6) 平行導体板の間にできる電場 $E(z,t)$ と磁場 $H(z,t)$ は電場の時間変化が磁場を誘起し、磁場の時間変化が電場を誘起する形の方程式に従っていることを示せ。

(7) 時刻 t で平行導体板の zの位置を通過する単位面積あたりのポウインチング・ベクトルは $P(z,t)=E(z,t)H(z,t)$ で与えられる。zから $z+\delta z$にある電磁場のエネルギーを $U(z,t)\delta z w d$ ($U(z,t)$ はエネルギー密度) とするとき、電磁場のエネルギー密度 $U(z,t)$ とポインチング・ベクトル $P(z,t)$ の間にはどのような関係が成立するかを示せ。但し、電磁場のエネルギー密度は以下で与えられるものとする。

$$U(z,t)=\frac{\epsilon_0}{2}E(z,t)^2+\frac{\mu_0}{2}H(z,t)^2$$