

平成 13 年度北海道大学大学院理学研究科
物理学専攻修士課程 (物理学分野) 入試問題

問題 C-I

重力加速度を $g(=\text{const})$ として、二重振り子に関する以下の問に答えよ。ただし、二つの振り子は共通の鉛直面である (x, y) 面内で運動するものとする。

- (1) 重さが無視でき変形しない長さ l_1 の棒の上端に、滑らかに動くように点 O に固定し、下端に質量 m_1 の重りを取り付ける。さらにその下に、同様の長さ l_2 、質量 m_2 の振り子を滑らかに動くように m_1 の重りに固定し、 m_2 の重りを力 F で水平に引いて、全体を釣り合わせた (図 1)。このとき、上と下の棒が鉛直方向となす二つの角 θ_1 と θ_2 を仮想仕事の原理を使って求めよ。
- (2) 釣り合いの状態では力 F を取り除くと、二重振り子は振動をはじめ。簡略化するために

$$l_1 = l_2 = l, \quad m_1 = m_2 = m$$

と置いて、ラグランジュの方法により二重振り子に対する二本の運動方程式を求めよ。

- (3) 微小振動を仮定して上で求めた運動方程式を書き下し、基準振動モードの二つの角振動数 ω_1 と ω_2 を

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

を使って求めよ。ただし微小振動では、二つの角度の時間微分を $\dot{\theta}_1$ 、 $\dot{\theta}_2$ と書けば、 $\dot{\theta}_1^2$ と $\dot{\theta}_2^2$ 、および、積 $\dot{\theta}_1^2 \dot{\theta}_2^2$ は無視できる。