平成 12 年度北海道大学大学院理学研究科
物理学専攻修士課程 (物理学分野) 入試問題

問題 T-II

半径 a の絶縁体円板の外周に、帯電した金属の小球が多数互いに接触しないように固定されていて、電荷分布は一様に帯電した円環と見なすことができるものとする。円板の質量を M、全電荷 Q とする。円板の中心 O を原点として、円板の垂直方向に z軸を持つ円柱座標 (r, θ, z) を設定する。また、円板は z軸のまわりに自由に回転できるようになっている。MKSA 単位系を使用し、真空の誘電率をϵ_0とする。

(1) 円板が静止している場合、帯電円環が z軸上の点 $\mathrm{P}(0, 0, z)$ に作る電位ϕと電場$\boldsymbol{E} = (0, 0, E)$ とを求めよ。

(2) 円板を z軸のまわりに一定の角速度ωで回転させた場合、点 $\mathrm{P}(0, 0, z)$ に作られる磁場 $\boldsymbol{H} = (0, 0, H)$ を求めよ。

(3) 円板を静止させて、z軸方向に一様に変動する磁場$\boldsymbol{B}(t) = (0, 0, B(t))$ を加える。このとき、半径 rの点 S に誘導される電場$\boldsymbol{E} = (0, E_\theta, 0)$ を求めよ。

(4) 問 3 の誘導電場は帯電円環に力をおよぼす。回転軸に関する力のモーメント (トルク)$\boldsymbol{N} = (0, 0, N)$ を求めよ。ただし、円板の回転によって発生する磁場は無視できるものとする。

(5) 半径 a、質量 Mの円板の中心軸に関する慣性能率を求めよ。ただし、円板の質量分布は一様とする。

(6) 問４のトルクが作用しているとき、円板は回転する。剛体回転に対する方程式を解き、円板の角速度$\omega(t)$ と変動磁場 $B(t)$ との関係を、$t = 0$ のとき、$\omega(t) = 0$、$B(t) = 0$ として求めよ。慣性能率として記号 Iを使用してもよい。