

問題 E-III

交流回路に関する以下の問に答えよ。ただし、抵抗、コイルの自己インダクタンス、コンデンサの静電容量の値を、それぞれ $R[\Omega]$ 、 $L[\text{H}]$ 、 $C[\text{F}]$ とする。

問 1 抵抗、コイル、コンデンサの各回路素子に電圧 $V(t)$ を印加したとき電流 $I(t)$ が流れたとする。ここで t は時間である。各回路素子それぞれについて、 $V(t)$ と $I(t)$ との間に成り立つ関係を数式で表せ。なお図において、a 点の電位が b 点の電位より高いとき $V(t)$ は正であるとし、また a 点から回路素子を通り b 点方向に電流が流れるとき $I(t)$ は正であると定める。

問 2 抵抗、コイル、コンデンサを直列接続し、これに交流電圧 $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ を印加したとき、交流電流 $I(t) = I_0 \cos(\omega t - \phi)$ が流れたとする (図)。ここで V_0 、 I_0 、 ω 、 ϕ は、それぞれ交流電圧の最大値、交流電流の最大値、角振動数、初期位相 (初相) である。

i) $I(t)$ が満たすべき微分方程式を求めよ。

ii) この微分方程式を解くことにより、 $Z_0 \equiv V_0/I_0$ と $\tan \phi$ を R 、 L 、 C 、 ω の関数として求めよ。

iii) Z_0 が極値をとる周波数 f_0 を求めよ。

問 3 抵抗、コイル、コンデンサの各回路素子に印加する電圧と流れる電流を、それぞれ $\hat{V}(t) = V_0 \exp(i\omega t)$ 、 $\hat{I}(t) = I_0 \exp(i\omega t - i\phi)$ とする。ここで i は虚数単位である。

i) $\hat{Z} \equiv \hat{V}(t)/\hat{I}(t)$ で定義される量 \hat{Z} は複素インピーダンスと呼ばれている。問 1 の結果を用いて、抵抗、コイル、コンデンサの複素インピーダンス (順に \hat{Z}_R 、 \hat{Z}_L 、 \hat{Z}_C とする) をそれぞれ求めよ。

ii) $\hat{Z}_R + \hat{Z}_L + \hat{Z}_C$ の絶対値と偏角の正接 (tangent) を求めよ。