

平成 12 年度北海道大学大学院理学研究科
物理学専攻修士課程 (物理学分野) 入試問題

問題 C-II

一様密度 ρ で質量 M 、厚さ t 、半径 a の円板がある。下図のように、円板の円周上の一点に、円板と一体となって運動する小さな質量 m の重りをつける。円板の中心を通る対象軸 (水平) を固定軸とする。安定釣り合いの近傍での、重力により固定軸の回りの円板の運動を考える。重力加速度を g とし、円板の空気抵抗および固定軸との摩擦は無視する。以下の問いに答えよ。

- 問 1
- i) 重りを含む円板の固定軸の回りの慣性モーメントを積分を用いて求めよ。質点系の慣性モーメント I は、各質点の質量 m_i と回転軸からの距離 r_i により、右式で表される。 $I = \sum (m_i r_i^2)$
 - ii) 重りの位置 (角度) に関する運動方程式をたて、角度 θ と角速度 ω の時間変化を求めよ。ただし、図のように、重りが鉛直下向きとなす角を θ とし、初期条件は $t = 0$ において $\theta = \theta_0$ 、 $\omega = 0$ とする。
 - iii) 運動中の重りの角速度を角度の関数で求め、その関係を図示せよ。
- 問 2 重りの位置にさらに羽をつけた場合の重力の下での運動を考える。この時、羽は空気抵抗によって、運動方向と逆向きに速度 v に比例した力 ($-bv$) を受けるものとする。 b は定数、羽の質量は無視する。
- i) 運動方程式をたて、問 1 の初期条件の下で、 θ について解を求めよ。
 - ii) 定数 b の大きさによって、運動の様子が異なる。各場合における θ の時間変化の概略を図示せよ。特に周期等の特徴に注意せよ。