

平成 12 年度北海道大学大学院理学研究科
物理学専攻修士課程 (物理学分野) 入試問題

問題 C-I

量子力学では座標と共役運動量は互いに非可換な演算子で表され、物理状態は複素ベクトル空間のベクトル (波動関数) で表せる。今、質量が M である粒子がポテンシャル $V(\vec{x})$ によって運動しているとする。波動関数は Schrödinger 方程式

$$\left[\frac{(-i\hbar)^2}{2M} \Delta + V(\vec{x}) \right] \psi(t, \vec{x}) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(t, \vec{x})$$

に従い時間発展する。量子力学に関する以下の設問に答よ。

- 問 1
- i) 確率密度 $\rho(t, \vec{x})$ と確率の流れ $\vec{j}(t, \vec{x})$ を波動関数 $\psi(t, \vec{x})$ を使い表せ。
 - ii) 確率密度と確率の流れは必ず連続の式

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(t, \vec{x}) + \text{div} \vec{j}(t, \vec{x}) = 0$$

に従うことを示せ。また全確率は保存することを示せ。

- 問 2 次に一次元有限空間 ($0 \leq x \leq L$) の自由な粒子について考える。波動関数はポテンシャルが零である時の Schrödinger 方程式に従うと共に、境界条件

$$\psi(t, 0) = \psi(t, L) = 0$$

を満たすとする。

- i) このときの基底状態と第一励起状態のエネルギー固有値と固有関数を求めよ。
- ii) 基底状態と第一励起状態とを重ね合わせて得られる状態も同じ Schrödinger 方程式に従う。この確率密度と確率の流れを求めよ。またそれぞれをグラフで表せ。
- iii) 非定常状態の確率密度と確率の流れが定常状態と異なる点を説明せよ。
- iv) さらにこの一次元系に角振動数 ω の交流電場

$$A \cos \omega t$$

が加えられている。粒子は質点とみなせ、電荷 e をもつとする。時刻 0 での問 2 i) の基底状態はこの交流電場により時間的に変化する。その確率密度を摂動論に基づき求めよ。