

平成10年度北海道大学大学院理学研究科  
物理学専攻修士課程(物理学分野)入試問題

### 問題 E-III

振動数 $\omega$ 、波数ベクトル $\mathbf{k}$ を持つ平面波の光が、誘電率 $\epsilon$ と透磁率 $\mu$ を持つ均一な媒質中を進行している。その電場ベクトル $\mathbf{E}$ と磁場ベクトル $\mathbf{H}$ はマクスウェルの方程式に従う。 $\epsilon$ と $\mu$ は、それぞれ直交座標系 $(x, y, z)$ において、

$$\epsilon = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix}, \mu = \mu_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

で与えられる。

ただし、 $\epsilon_0$ と $\mu_0$ はそれぞれ真空の誘電率と透磁率で、 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ は互いに異なる大きさを持ち、この物質は振動数 $\omega$ における光の吸収は無いとする。また $\mathbf{k}$ は光の波面に垂直である。必要であれば公式 $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ を用いよ。

1. 時刻 $t$ において媒質中の位置 $\mathbf{r}$ を進行中の光の電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ と磁場 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ を平面波として表す式を書け。必要なら $\omega, \mathbf{k}, t, \mathbf{r}$ 以外の物理量を示す文字・記号を自分で定義して用いてもよい。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = [ a ],$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = [ b ].$$

2. この媒質中の電磁場が満たす関係について、以下の式の空欄を埋めよ。

$$\text{rot} \mathbf{E} = [ c ], \quad \mathbf{D} = [ d ],$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = [ e ], \quad \mathbf{B} = [ f ],$$

$$\text{div} \mathbf{D} = 0, \quad \text{div} \mathbf{B} = 0$$

3.  $\mathbf{D} \perp \mathbf{k}$ かつ $\mathbf{H} \perp \mathbf{k}$ であることを示せ。
4.  $\mathbf{H}$ ベクトルが $x$ 軸に平行なときこの媒質中における $\mathbf{E}, \mathbf{D}$ およびポインティングベクトル $\mathbf{S}$ をそれぞれの向きの関係が $(x, y, z)$ 座標系において明らかになるように
  - (i)  $\mathbf{k}$ が $y$ 軸に平行な場合、
  - (ii)  $\mathbf{k}$ が $y$ 軸に平行でない場合、について図示せよ。

5. 光は真空中では横波であるが、この媒質中ではどうか。理由を付けて説明せよ。