

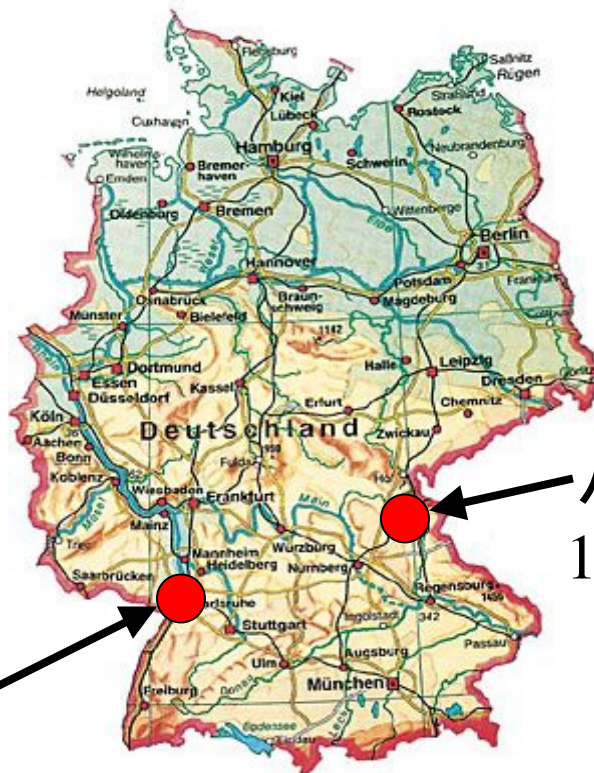
多成分超流動体の量子渦構造 — ^3He の場合 —



北大・理・物理 北 孝文

Special Thanks to:

山田科学振興財団, Prof. P. Wölfle



カールスルーエ
4月－9月

バイロイト
10月－3月

背景

^3He : 6つの異なる渦構造 ($\Omega \leq 3 \text{ rad/s}$)
(ヘルシンキ工科大)

動機

● $\Omega \geq 3 \text{ rad/s}$ に新たな渦構造はあるか？

どんな？ いくつ？

● どれだけ速く回す必要があるか？

多成分超流動・超伝導体の渦の特徴は？

例： Na原子気体のスピノール・ボーズ凝縮

内容

- ^3He の渦のレビュー
- モデルと解法
- 相図

超流動・超伝導 — 非対角長距離秩序

秩序変数

$$\Psi_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \equiv \langle \psi_{\sigma}(\mathbf{r})\psi_{\sigma'}(\mathbf{r}') \rangle = -\Psi_{\sigma'\sigma}(\mathbf{r}',\mathbf{r})$$

$\mathbf{r}\sigma \leftrightarrow \mathbf{r}'\sigma'$ について反対称

ペア・ポテンシャル

$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \equiv -V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\Psi_{\sigma'\sigma}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$$

$\mathbf{r}\sigma \leftrightarrow \mathbf{r}'\sigma'$ について反対称

一様系の場合

$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \equiv -V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\Psi_{\sigma'\sigma}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$



$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}) \equiv -\sum_{\mathbf{k}'} V(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\Psi_{\sigma'\sigma}(\mathbf{k}')$$

$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}) = -\Delta_{\sigma'\sigma}(-\mathbf{k})$$

V の展開

$$V(\mathbf{k}-\mathbf{k}') = 4\pi \sum_{\ell m} V_{\ell}(k, k') Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}) Y_{\ell m}^*(\hat{\mathbf{k}}')$$

一つのチャンネル ℓ の引力 : V_{ℓ}

Δ の対称性

s 波 ($\ell=0$): $Y_{00}(\hat{\mathbf{k}}) \propto 1$

p 波 ($\ell=1$): $Y_{10}(\hat{\mathbf{k}}) \propto \hat{k}_z$, $Y_{1\pm 1}(\hat{\mathbf{k}}) \propto \hat{k}_x \pm i\hat{k}_y$

超流動³He — p 波フェルミ超流動体

$$\text{ギャップ行列} : \underline{\Delta}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \Delta_{\uparrow\uparrow}(\mathbf{k}) & \Delta_{\uparrow\downarrow}(\mathbf{k}) \\ \Delta_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{k}) & \Delta_{\downarrow\downarrow}(\mathbf{k}) \end{bmatrix}$$

$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}) = a_{\sigma\sigma'} k_x + b_{\sigma\sigma'} k_y + c_{\sigma\sigma'} k_z \quad p \text{ 波}$$

$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}) = \Delta_{\sigma'\sigma}(\mathbf{k}) \quad \text{スピン空間で対称}$$

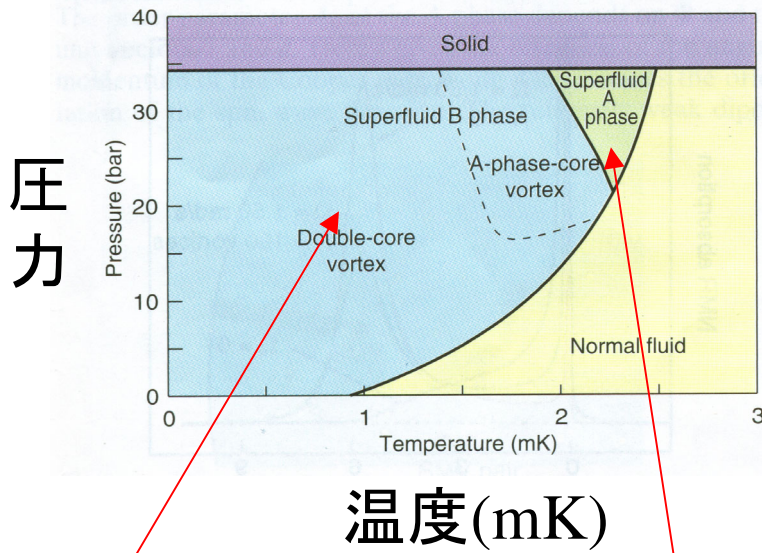
d ベクトル表現

$$\underline{\Delta}(\mathbf{k}) = \Delta_0 \begin{bmatrix} -d_x(\mathbf{k}) + i d_y(\mathbf{k}) & d_z(\mathbf{k}) \\ d_z(\mathbf{k}) & d_x(\mathbf{k}) + i d_y(\mathbf{k}) \end{bmatrix}$$

一般の p 波 : 9成分複素秩序変数 $A_{\mu j}$

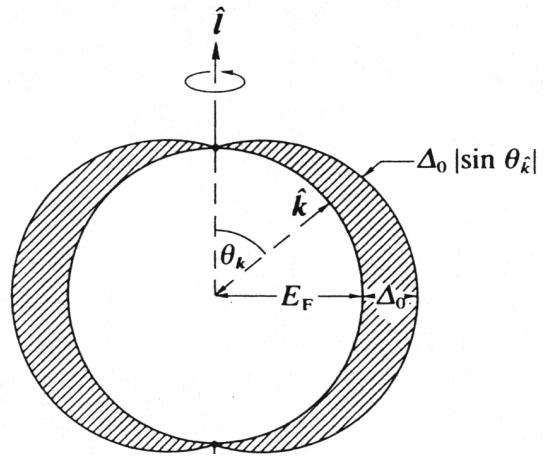
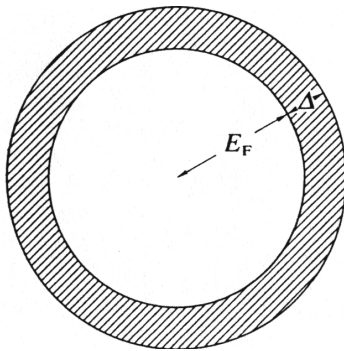
$$d_\mu(\mathbf{k}) = \sum_j A_{\mu j} \hat{k}_j \quad \begin{cases} \mu = x, y, z : \text{スピン} \\ j = x, y, z : \mathbf{k} \text{空間} \end{cases}$$

零回転場における相図



B相

A相



$$|\underline{\Delta}(\mathbf{k})|^2 = \Delta_0^2 \underline{1}$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{k}) = \mathbf{k}$$

$$A_{xx} = A_{yy} = A_{zz} = 1$$

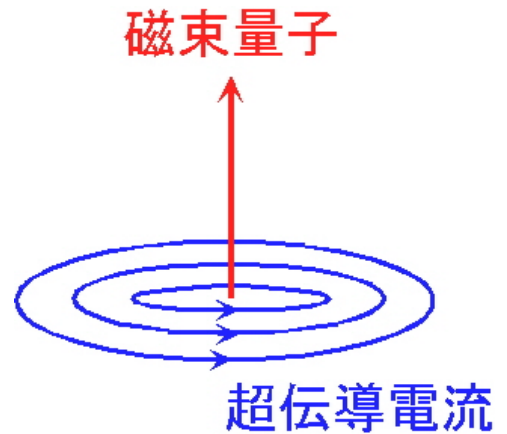
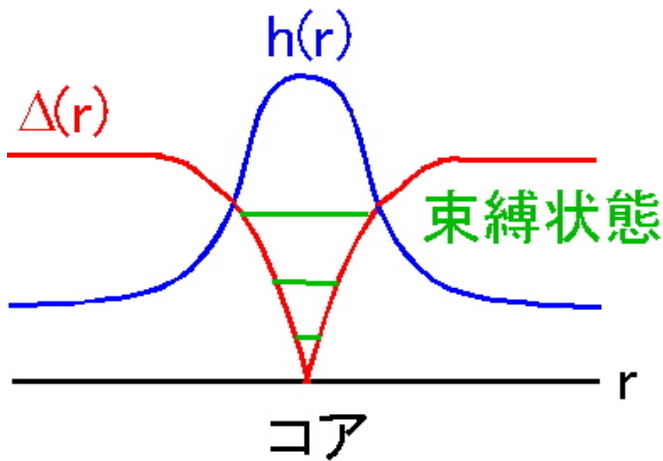
$$|\underline{\Delta}(\mathbf{k})|^2 = \Delta_0^2 \underline{1} \sin^2 \theta_k$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{k}) = k_x + ik_y$$

$$A_{xx} = -iA_{xy} = 1$$

通常の超伝導体の渦

$\Delta(r)$ はコア中心で消失 (1価性より)



STMによる渦糸格子像 (Hess *et al.* '89)

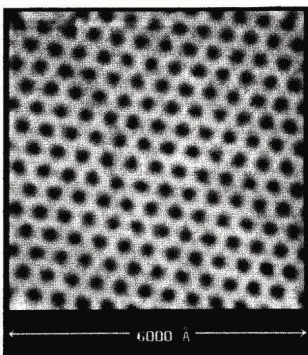


FIG. 2. Abrikosov flux lattice produced by a 1-T magnetic field in NbSe₂ at 1.8 K. The scan range is about 6000 Å. The gray scale corresponds to dI/dV ranging from approximately 1×10^{-8} mho (black) to 1.5×10^{-9} mho (white).

NbSe₂ at $H=1\text{T}$, $T=1.8\text{K}$

($T_c=7.2\text{K}$, $H_{c2}=5\text{T}$, $\kappa=30$)

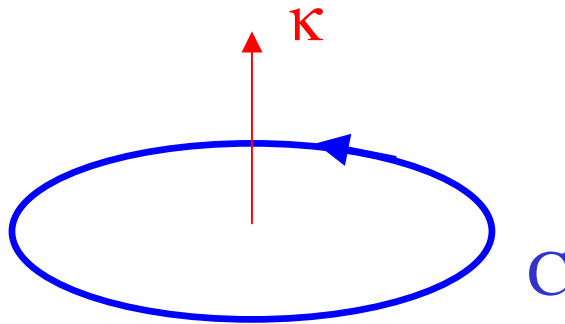
$6000\text{\AA} \times 6000\text{\AA}$

三角格子 (黒い所がコア)

循環(磁束)の量子化

$\Psi = Ae^{i\phi}$: 秩序変数

$\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{2m} \nabla \phi$: 超流動速度



$$\oint_C \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s} = \frac{\hbar}{2m} \oint_C \nabla \phi \cdot d\mathbf{s} = \frac{\hbar}{2m} \times 2\pi n = \kappa n$$

($n = 1, 2, \dots$)

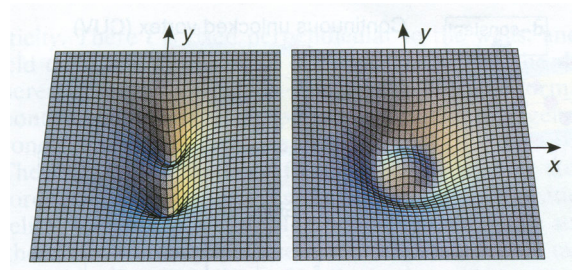
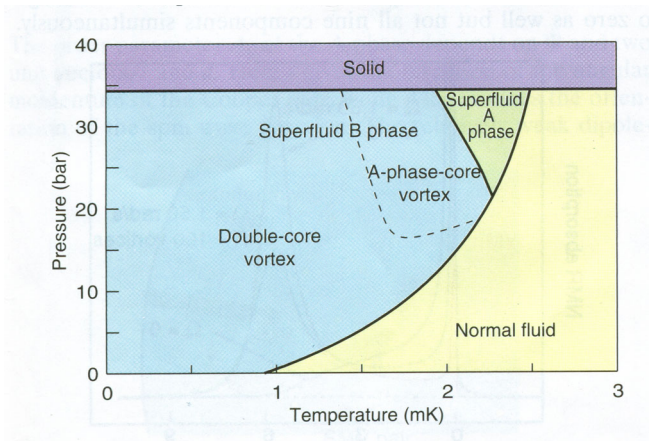
$\kappa = \frac{h}{2m}$: 循環量子

($\sim 0.66 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ for ${}^3\text{He}$)

超流動 ^3He の渦 — 9成分秩序パラメータ

6 bulk vortices for $\Omega \leq 3 \text{ rad/s}$

● B 相



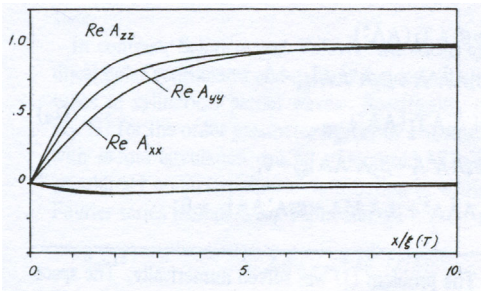
double
core

A-phase
core

● A 相

回転する超流動 ^3He — 新奇な渦の宝庫

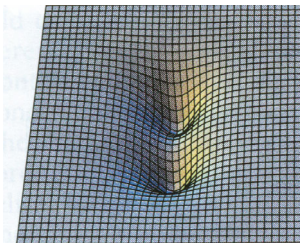
B相の渦 — 孤立渦の計算



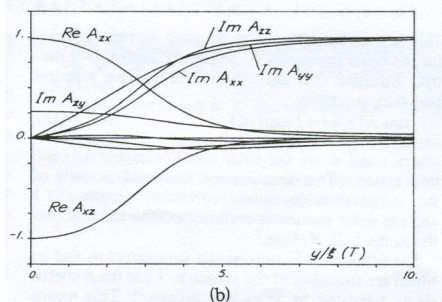
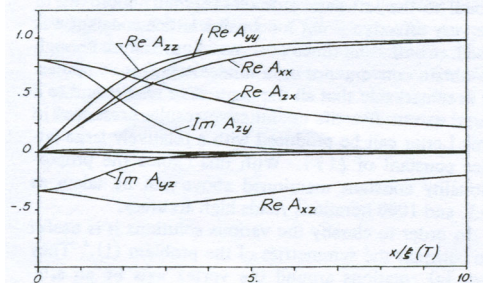
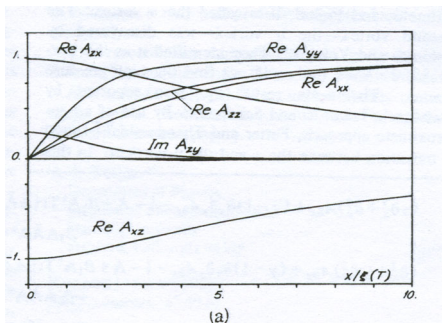
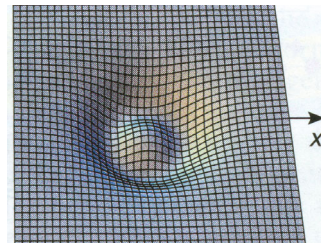
normal-core (o) vortex
 (Ohmi-Tsuneto-Fujita '83)
 エネルギー的に不安定！

見つかっている渦

double-core vortex
 (Thuneberg '86)

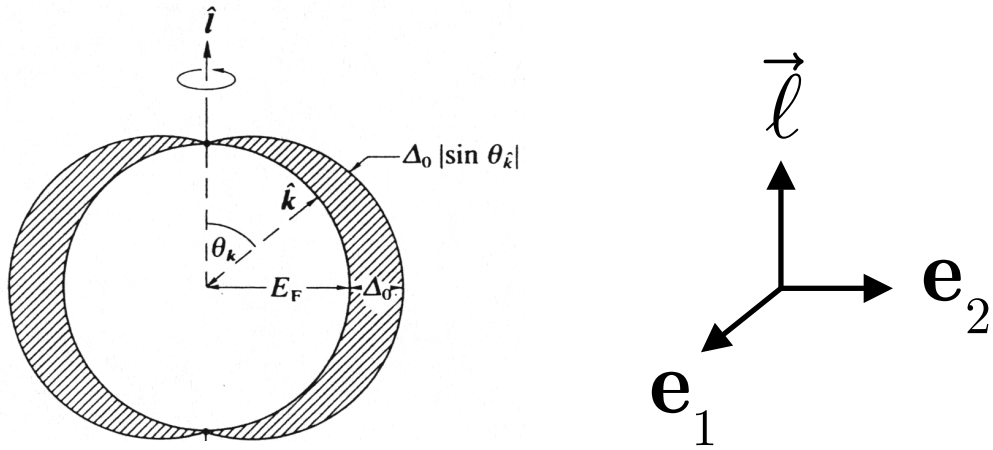


A-phase-core (v) vortex
 (Salomaa-Volovik '83)



コア領域も超流動！
 (非 bulk 成分)

A相の渦



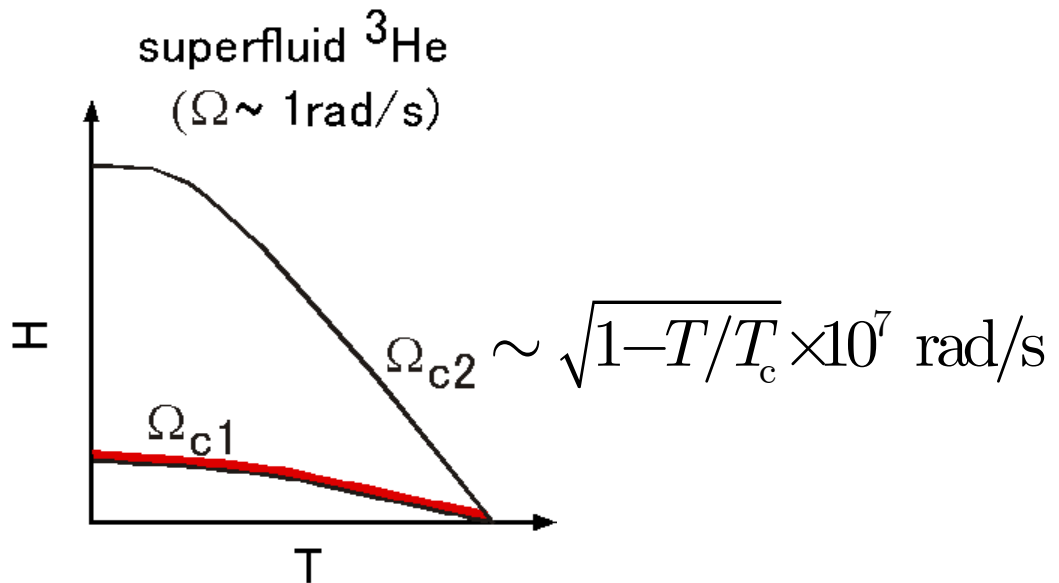
$\vec{\ell}$ ベクトルの空間変化による渦！

Mermin-Ho の関係式 ('76)

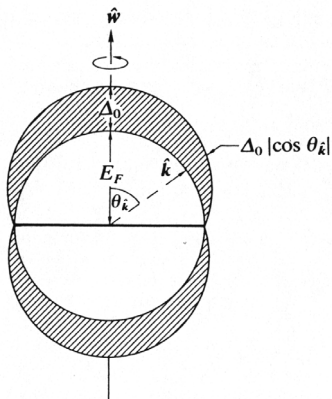
$$\partial_i v_{sj} - \partial_j v_{si} = \frac{\hbar}{2m} \vec{\ell} \cdot (\partial_i \vec{\ell} \times \partial_j \vec{\ell})$$

3He — 多成分秩序変数による多彩な渦

しかし、実験・理論とも、主に Ω_{c1} 近傍のみ！



Ω_{c2} 近傍ではPolar 状態 — Schopohl ('80)



運動エネルギー $\propto \frac{1}{2} \rho_{xx}^{(s)} v_s^2$

$$\rho_{ij}^{(s)} \propto \int k_i k_j |\Delta(\mathbf{k})|^2 d\Omega_{\mathbf{k}}$$

動機

- $\Omega \geq 3 \text{ rad/s}$ に新たな渦構造はあるか？

どんな？ いくつ？

- どれだけ速く回す必要があるか？

多成分超流動・超伝導体の渦の特徴は？

例： Na原子気体のスピノール・ボーズ凝縮

手法

Landau 準位展開法 (Kita, '98)

- 安定な渦格子構造の高速・高精度計算
- 可能な相転移の群論的分類

モデル — GL自由エネルギー汎関数

(1) main bulk energy

$$\begin{aligned}
 f_b = & -\alpha A_{\mu i}^* A_{\mu i} + \beta_1 A_{\mu i}^* A_{\mu i}^* A_{\nu j} A_{\nu j} + \beta_2 A_{\mu i}^* A_{\nu j}^* A_{\mu i} A_{\nu j} \\
 & + \beta_3 A_{\mu i}^* A_{\nu i}^* A_{\mu j} A_{\nu j} + \beta_4 A_{\mu i}^* A_{\nu j}^* A_{\mu j} A_{\nu i} \\
 & + \beta_5 A_{\mu i}^* A_{\mu j}^* A_{\nu i} A_{\nu j}
 \end{aligned}$$

(2) gradient energy ($\partial \equiv \nabla - 2im_3\Omega \times \mathbf{r} / \hbar$)

$$f_K = K (\partial_i^* A_{\mu i}^* \partial_j A_{\mu j} + \partial_i^* A_{\mu j}^* \partial_i A_{\mu j} + \partial_i^* A_{\mu j}^* \partial_j A_{\mu i})$$

(3) dipole and Zeeman energies

$$f_d = g_d \left(A_{\mu\mu}^* A_{\nu\nu} + A_{\mu\nu}^* A_{\nu\mu} - \frac{2}{3} A_{\mu\nu}^* A_{\mu\nu} \right)$$

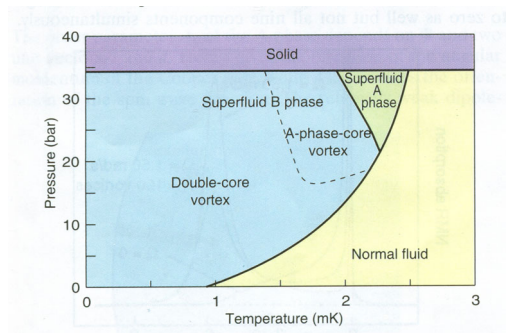
$$f_m = g_m H_\mu A_{\mu i}^* H_\nu A_{\nu i}$$

(4) Sauls-Serene results for $\alpha, \beta_j, K, g_d, g_m$

A-B 転移 : 2.85MPa (実験 : 2.1MPa)

(5) For a given Ω , minimize

$$F \equiv \frac{1}{V} \int (f_b + f_K + f_d + f_m) d\mathbf{r}$$



解法 — Landau準位展開法

(Ω_{c2} からのアプローチ)

(1) $A_{\mu j} = R_{\mu\nu} \tilde{A}_{\nu j}$ と書く

$\tilde{A}_{\nu j}$: spin space fixed relative to orbital space

$\tilde{A}_{\nu j}$ について最小化の後, $R_{\mu\nu}$ の部分を最小化

(2) $\Omega \parallel z$ 方向に一様性を仮定

$$\begin{cases} a \equiv \ell(\partial_x + i\partial_y)/\sqrt{2} & \ell \equiv (\hbar/4m_3\Omega)^{1/2} \\ a^\dagger \equiv \ell(-\partial_x + i\partial_y)/\sqrt{2} & aa^\dagger - a^\dagger a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tilde{A}_\mu^{(0)} \equiv \tilde{A}_{\mu z} \\ \tilde{A}_\mu^{(\pm 1)} \equiv (\tilde{A}_{\mu x} \mp i\tilde{A}_{\mu y})/\sqrt{2} \end{cases}$$

(3) f_K is transformed into

$$f_K = \frac{K}{\ell^2} \{ (1 + |m|) [\tilde{A}_\mu^{(m)*} \tilde{A}_\mu^{(m)} + 2(a \tilde{A}_\mu^{(m)})^* a \tilde{A}_\mu^{(m)}] \\ - 2[(a \tilde{A}_\mu^{(1)})^* a^\dagger \tilde{A}_\mu^{(-1)} + a \tilde{A}_\mu^{(1)} (a^\dagger \tilde{A}_\mu^{(-1)})^*] \}$$

(4) Minimize F by expanding

$$\tilde{A}_\mu^{(m)}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\mathbf{q}} c_{N\mathbf{q}}^{\mu m} \psi_{N\mathbf{q}}(\mathbf{r})$$

Landau準位展開法(一成分系)

$$F = \int \left[-|\Psi|^2 + \frac{|\Psi|^4}{2} + \left| \left(\frac{\nabla}{i} - \frac{\Omega}{2} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{r} \right) \Psi \right|^2 \right] d\mathbf{r}$$

量子渦格子の基底関数で Ψ を展開

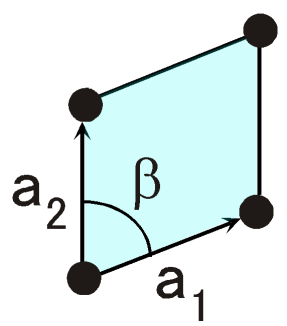
$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{\mathbf{q}} c_{N\mathbf{q}} \psi_{N\mathbf{q}}(\mathbf{r})$$

N : Landau準位

\mathbf{q} : 磁気Blochベクトル

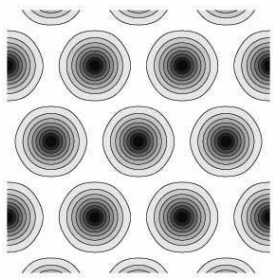
$\psi_{N\mathbf{q}}$: 量子渦格子状態

基本格子



面積: κ/Ω

κ : 循環量子



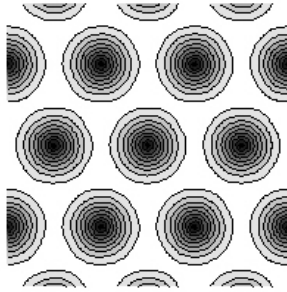
$$|\psi_{0\mathbf{q}}(\mathbf{r})|^2, \quad \mathbf{q} = \frac{1}{2}(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2)$$

F を $c_{N\mathbf{q}}$ と β について最小化

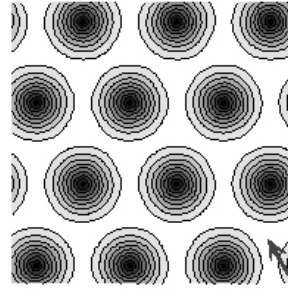
単一秩序変数の場合

- 一つの q のみ ($q \rightarrow q'$ は平行移動)

$N=0$



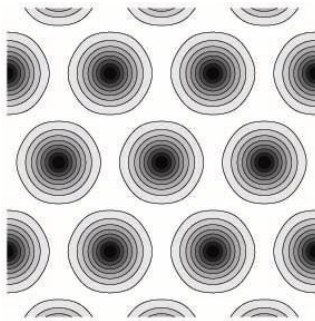
$$q = (\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2)/2$$



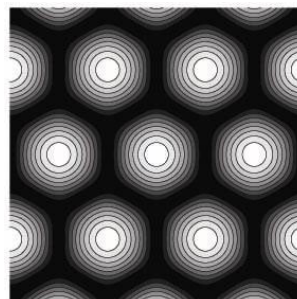
$$q = 0$$

- 偶数の N のみ (N : Landau準位)

三角格子: $N=0, 6, 12, \dots$



$$N = 0$$



$$N = 1$$

$$q = \frac{1}{2}(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2)$$

磁化 M と展開係数 c_N

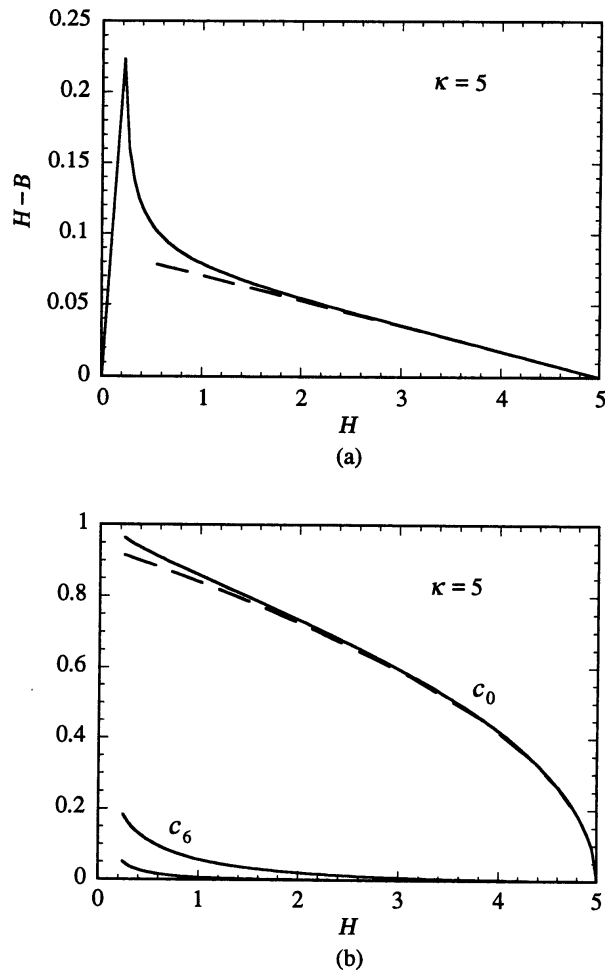
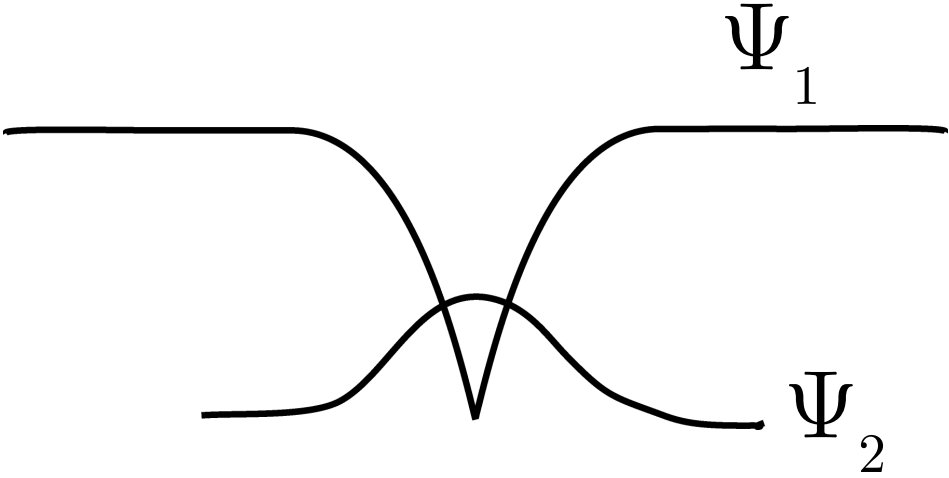


Fig. 2. (a) Magnetization vs. external magnetic field for $\kappa = 5$.
(b) The coefficients c_0 , c_6 and $-c_{12}$ (the curve below c_6) vs. external magnetic field for $\kappa = 5$. The broken lines are the predictions of Abrikosov's solution.

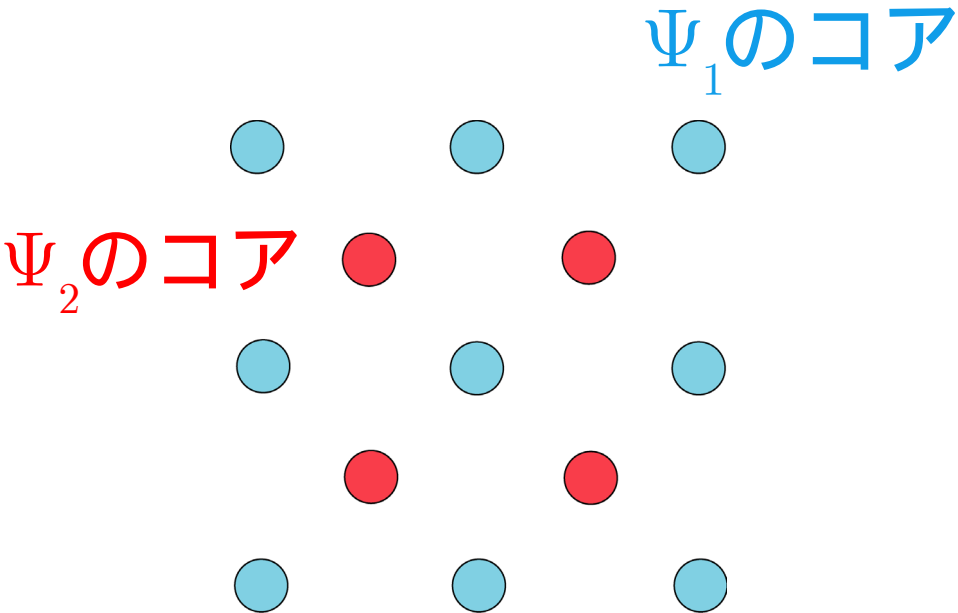
H_{c2} 近傍では一つの係数 c_0 だけでOK!

多成分系 — どんな渦が可能か？

●コアを埋める



●コアの位置をずらす



相転移とLandau準位展開法

$$\tilde{A}_\mu^{(m)}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\mathbf{q}} c_{N\mathbf{q}}^{\mu m} \psi_{N\mathbf{q}}(\mathbf{r})$$

●一成分系の性質

一つの \mathbf{q} ; N は偶数

例: 三角格子 —— $N = 0, 6, 12$

●多成分系

複数の \mathbf{q} —— コア位置をずらす

奇数の N —— コア領域を埋める

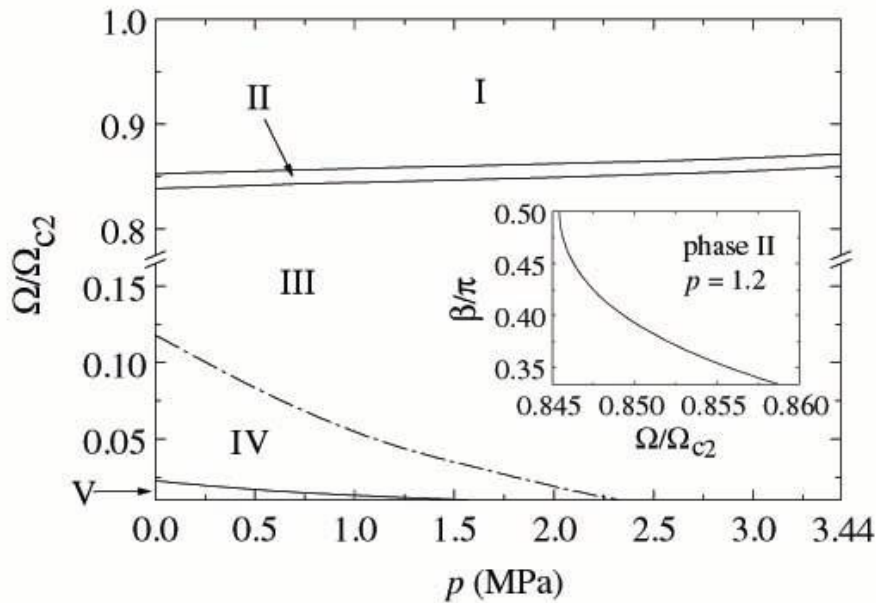
いずれの状態も相転移を伴って実現!

その他: 格子変形の相転移

計算の詳細

- 6～360個のLandau準位 N
($\Omega_{c2} \rightarrow 0.01\Omega_{c2}$)
- 単位格子内に $8^2 \sim 36^2$ 個の積分点
- F の相対精度: 10^{-8}

相図 — $0.01\Omega_{c2} \leq \Omega \leq \Omega_{c2}$



I: Schopohl's polar state

($A_Z^{(0)}$ の三角格子)

II: $A_Z^{(-1)}$ と $A_Z^{(1)}$ が有限に

(歪んだ格子; 二倍周期)

III: A-phase mixed-twist-like structure

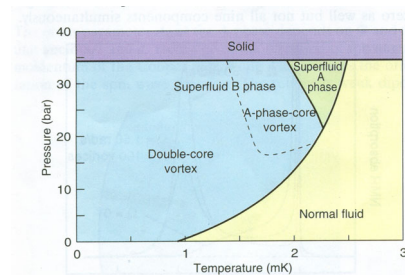
(四角格子)

IV: normal-core lattice of Ohmi-Tsuneto-Fujita

(三角格子; コアが空)

V: A-phase-core lattice

(三角格子; 超流動コア)

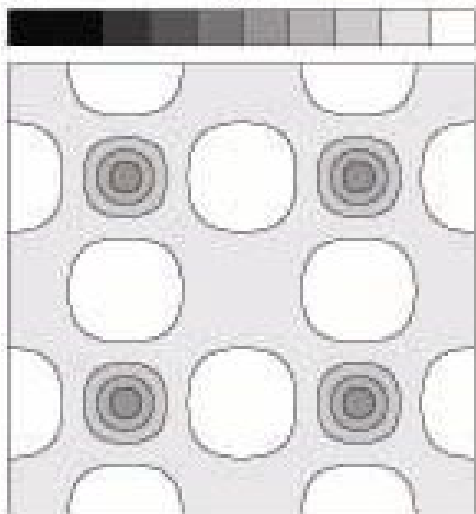


III 相

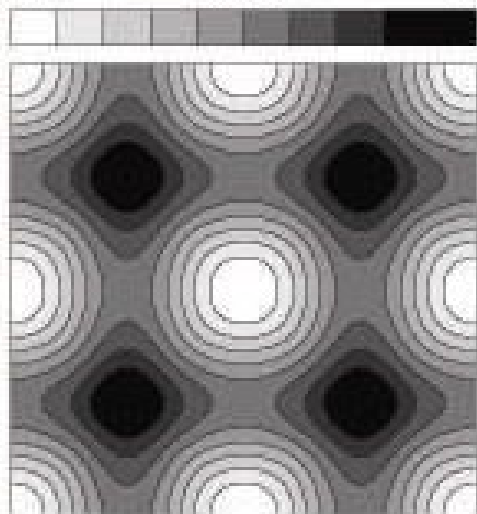
A-phase mixed-twist-like structure

phase III ($p = 2.0 \text{ MPa}$; $\Omega = 0.05 \Omega_{c2}$)

0.0 0.5 1.0 -1.0 -0.5 0.0

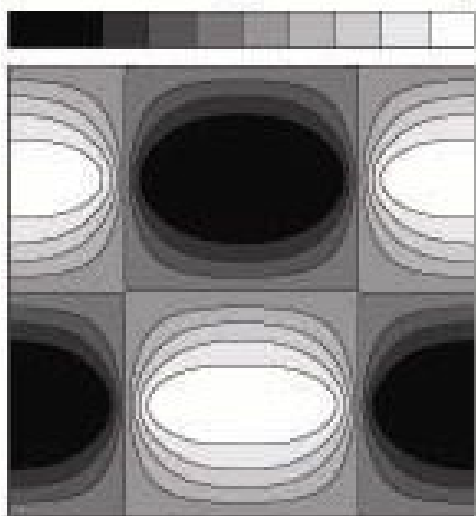


(a) $A_{\mu_i}^*(\mathbf{r}) A_{\mu_i}(\mathbf{r})$

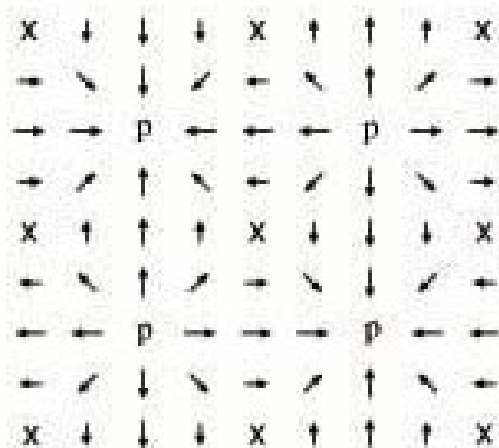


(b) $l_z(\mathbf{r})$

-1 0 1



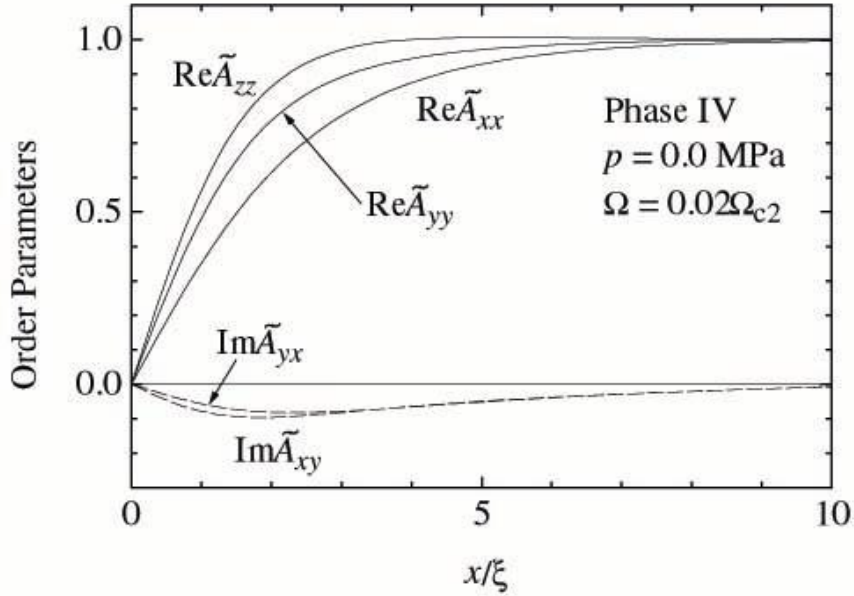
(c) $l_x(\mathbf{r})$



(d) $(l_x(\mathbf{r}), l_y(\mathbf{r}))$

IV 相

normal-core lattice of Ohmi-Tsuneto-Fujita (三角格子; コアが空)



$$\tilde{A}_z^{(0)} = \sum_N c_{N\mathbf{q}_1}^{(0)} \psi_{N\mathbf{q}_1} \quad (N=6n, \mathbf{q}_1: \text{任意})$$

$$\tilde{A}_x^{(-1)} = \sum_N \left[c_{N\mathbf{q}_1}^{(-1)} \psi_{N\mathbf{q}_1} + c_{N+4\mathbf{q}_1}^{(-1)} \psi_{N+4\mathbf{q}_1} \right]$$

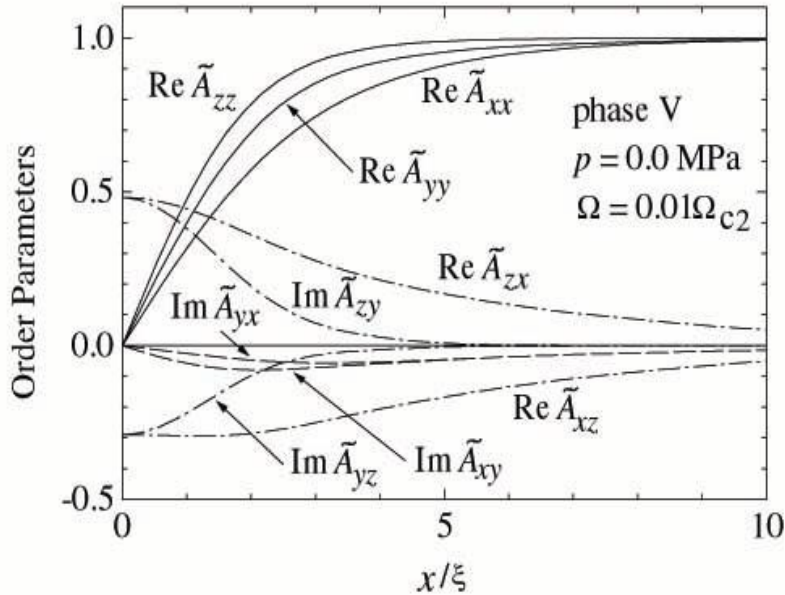
$$\tilde{A}_y^{(-1)} = i \sum_N \left[c_{N\mathbf{q}_1}^{(-1)} \psi_{N\mathbf{q}_1} - c_{N+4\mathbf{q}_1}^{(-1)} \psi_{N+4\mathbf{q}_1} \right]$$

$$\tilde{A}_x^{(1)} = \sum_N \left[c_{N\mathbf{q}_1}^{(1)} \psi_{N\mathbf{q}_1} + c_{N+2\mathbf{q}_1}^{(1)} \psi_{N+2\mathbf{q}_1} \right]$$

$$\tilde{A}_y^{(1)} = -i \sum_N \left[c_{N\mathbf{q}_1}^{(1)} \psi_{N\mathbf{q}_1} - c_{N+2\mathbf{q}_1}^{(1)} \psi_{N+2\mathbf{q}_1} \right]$$

V 相

A-phase-core lattice (三角格子; 超流動コア)



コア成分 — 奇数のLandau準位

$$\tilde{A}_x^{(0)} = \sum_N \left[c_{N+1\mathbf{q}_1}^{(0)} \psi_{N+1\mathbf{q}_1} + c_{N+5\mathbf{q}_1}^{(0)} \psi_{N+5\mathbf{q}_1} \right]$$

$$\tilde{A}_y^{(0)} = i \sum_N \left[c_{N+1\mathbf{q}_1}^{(0)} \psi_{N+1\mathbf{q}_1} - c_{N+5\mathbf{q}_1}^{(0)} \psi_{N+5\mathbf{q}_1} \right]$$

$$\tilde{A}_z^{(-1)} = \sum_N c_{N+5\mathbf{q}_1}^{(-1)} \psi_{N+5\mathbf{q}_1}$$

$$\tilde{A}_z^{(1)} = \sum_N c_{N+1\mathbf{q}_1}^{(1)} \psi_{N+1\mathbf{q}_1} \quad (N=6n, \mathbf{q}_1: \text{任意})$$

実験に関するコメント

$$\Omega_{c2} \sim \sqrt{1-T/T_c} \times 10^7 \text{ rad/s} !!$$

① 臨界領域を狙う

$$1-T/T_c = 10^{-3} \sim 10^{-8}$$

臨界領域の物理(ゆらぎ, 臨界指数, ...)も研究できる!!

② 高速回転を狙う

$$\Omega = 10^3 \sim 10^7 \text{ rad/s}$$

試料セルのみの回転(測定器は静止)

試料サイズを小さく (p 一定の条件)

$$\Delta p = 0.1 \text{ MPa} \quad \text{at} \quad 10^6 \text{ rad/s}$$

$$\text{for } R = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

まとめ

- $\Omega_{c2} > \Omega > 0.01\Omega_{c2}$ の完全な相図

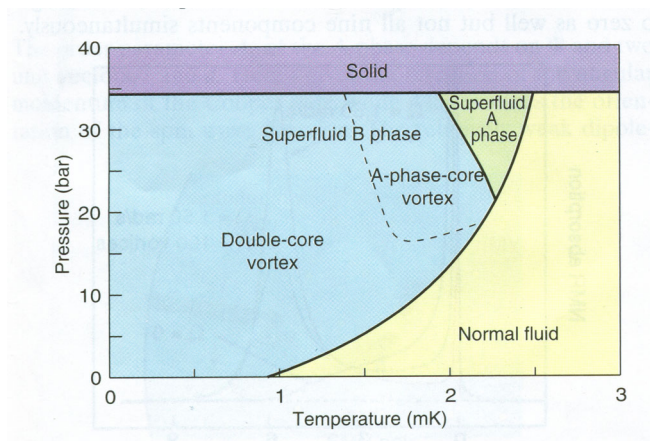
5つの異なる相

Ω_{c2} の polar 状態が如何に変化するか

低圧側 $0.01\Omega_{c2}$ 近傍に A-phase-core vortex

- 10rad/s—1000rad/s の回転で A-phase-core vortex への相転移

double-core vortex が消失



- 高圧側(A相)にも新たな相転移

- 多成分系の渦の特徴

コアをずらす; コアを埋める

- 渦格子状態の安定構造計算法の確立